Közgazdasági Szemle, XLVIII. évf., 2001. december (1081–1092. o.)

TASNÁDI ATTILA

A Bertrand–Edgeworth-oligopóliumok

Irodalmi áttekintés

Az irodalomban az olyan oligopolmodellek, amelyekben mind az ár, mind a mennyiség döntési változó, Bertrand–Edgeworth-oligopóliumok néven ismertek. E tanulmányban a Bertrand–Edgeworth-oligopóliumokkal kapcsolatos érdekesebb eredményeket tekintjük át. Tárgyaljuk a Bertrand–Edgeworth-típusú oligopolmodellek specifikációját, a Nash-egyensúly létezését, a Nash-egyensúly meghatározását és a Bertrand–Edgeworth-oligopóliumok alkalmazásait.*

A Bertrand–Edgeworth-oligopólium a döntési változók tekintetében mind a Cournot-, mind a Bertrand-modell egyfajta kiterjesztésének tekinthető. Cournot modelljében csak a vállalatok által kínált mennyiség, míg Bertrand modelljében csak az ár a döntési változó. Cournot modelljének alapvető hiányossága, hogy nem ad magyarázatot a piaci egyensúlyi ár kialakulásának mechanizmusára. Ezért a Cournot-modellnél gyakran egy fiktív árverezőről szoktak beszélni, aki a megtermelt mennyiségek és a piaci keresleti görbe ismeretében kikiáltja az egyensúlyi árat. Cournot-val ellentétben Bertrand szerint egy oligopolmodellben inkább a termék árát célszerű döntési változónak tekinteni. Bertrand modelljében a legalacsonyabb áron kínáló oligopolisták szolgálják ki a fogyasztókat. Bár Bertrand modellje sok szempontból, legalábbis rövid távon, realisztikusabb, egyensúlyi viselkedése ellentmond a gyakorlatnak. Ugyanis például állandó és azonos átlagköltségeket feltételezve, Nash-egyensúlyban mindkét vállalat ára megegyezik az átlagköltséggel. Így már két termelő esetén sem realizálnak profitot a vállalatok, vagyis a piac a fogyasztók szemszögéből úgy viselkedik, mint a kompetitív piac. Edgeworth szerint Bertrand azon feltevése, hogy a legalacsonyabb áron kínáló vállalat a kereslet teljes mértékű kielégítésére kötelezett, irrealisztikus, ugyanis a legalacsonyabb áron kínáló vállalat nem mindig képes, illetve érdekelt a kereslet maradéktalan kielégítésére. Edgeworth Bertrand-modelljét kapacitáskorlátokkal bővítette, és többek között belátta, hogy a kapacitáskorlátos modellben a Bertrand-megoldás nem egyensúlyi. Edgeworth kritikája vezetett a Bertrand–Edgeworth-féle oligopóliumok kialakulásához.

A tanulmány felépítése a következő: először formálisan megadjuk a Bertrand–Edgeworth-típusú oligopoljátékot, majd áttekintjük a Nash-egyensúly létezésével és meghatározásával kapcsolatos eredményeket. Ezt követően áttekintjük az irodalomban található a Bertrand–Edgeworth-játékkal összefüggő érdekesebb eredményeket és alkalmazásokat.

* A kutatás az MTA Bolyai János Kutatási ösztöndíj és a BKÁE normatív kutatástámogatási pályázat (2001/78) keretében folyt.

Tasnádi Attila PhD, egyetemi adjunktus, BKÁE matematika tanszék.

A Bertrand–Edgeworth-oligopóliumok specifikációja

A továbbiakban feltesszük, hogy mindegyik vállalat egy terméket állít elő, és termékeik homogének. A vizsgált modellekben a termelővállalatok döntési változói a kínált mennyiség és a kínálati ár. A vállalatok profitfüggvényeinek megadása a következő problémát veti fel: a klasszikus oligopolmodellekkel ellentétben nem elégséges a keresleti görbe és a vállalatok költségfüggvényeinek ismerete a profitfüggvények meghatározásához. Ha a legalacsonyabb áron kínáló vállalat nem képes a kereslet teljes kielégítésére az általa megállapított kínálati áron, akkor a többi vállalat kereslete attól függ, hogy mely fogyasztókat szolgálta ki a legalacsonyabb áron kínáló vállalat. A többi vállalat számára megmaradó keresletet reziduális keresletnek hívják. Ennek megállapításához ismernünk kell a fogyasztók egyéni keresleti görbéit és a fogyasztók kiszolgálásának módját. A kiszolgálási módtól függően általában a vállalatok számára adódó reziduális kereslet valószínűségi változó lesz. Bizonyos feltételek esetén azonban a reziduális keresletek szerencsére gyakran egy valószínűséggel konstans valószínűségi változók, az irodalom kizárólag ilyen esetekkel foglalkozik.

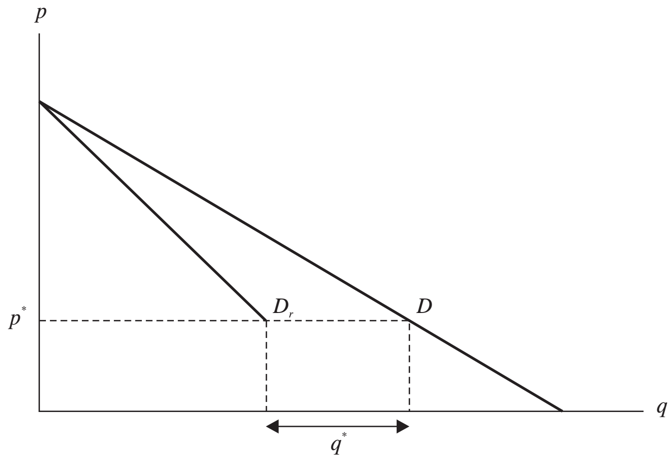
Az egyik megközelítés szerint szokás feltenni, hogy a keresleti oldal megadható egy reprezentatív fogyasztó hasznossági függvényén keresztül (lásd például *Benassy* [1986]). Ebben az esetben egy fogyasztó korlátozott kínálat melletti hasznosságmaximalizációs döntésének vizsgálatával kell foglalkoznunk. Ilyen elemzéseket végezett többek között *Pollack* [1969], *Howard* [1977], valamint *Neary–Roberts* [1980]. A reprezentatív fogyasztó Cobb–Douglas-típusú és kvázilineáris hasznossági függvény melletti reziduális keresletét egy korábbi tanulmányomban vizsgáltam (*Tasnádi* [1998*a*]).

A modell teljes specifikációjának egy másik gyakrabban alkalmazott módja veti fel az *adagolási szabály* fogalmát. A parciális megközelítésben a fogyasztói oldal az aggregált keresleti görbével adott. Ez további információk hiányában egy elégtelenül specifikált modellt ad. Az információ hiányát úgynevezett adagolási szabály segítségével pótolhatjuk. Meg kell jegyeznünk, hogy az aggregált keresleti görbe ismerete akkor elégséges, ha az alacsonyabb áron kínáló duopolista lefedi az egész piacot. Ez a helyzet áll fenn a Bertrand-duopóliumban. A Bertrand–Edgeworth-duopólium esetében azonban az alacsonyabb áron kínáló vállalat nem képes vagy nem érdekelt a piac teljes lefedésében. Az előbbi viselkedés oka lehet a kapacitások korlátos volta, míg az utóbbi viselkedést okozhatja egy U-alakú határköltségfüggvény.

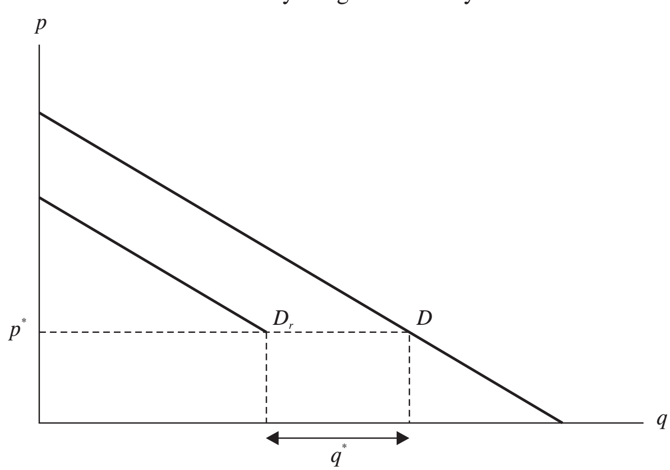
A következőkben röviden megismerkedünk néhány érdekesebb, illetve gyakrabban alkalmazott adagolási szabállyal. Az ismertetés során az egyszerűség kedvéért duopolszituációkra szorítkozunk. A magasabb áron kínáló vállalat reziduális keresletét a továbbiakban D_r-rel jelöljük. Adagolási szabályt először Edgeworth használt egy olyan speciális ár- és mennyiségvezérelt duopolmodellben, amelyben a vállalatok termelési kapacitásai korlátosak voltak. Edgeworth modelljében feltételezte, hogy a magasabb áron kínáló duopolista reziduális keresleti görbéje úgy aránylik az aggregált keresleti görbéhez, mint az alacsonyabb áron termelő kínálata az alacsonyabb áron felmerülő kereslethez. Azaz, ha az alacsonyabb áron termelő a nála felmerülő kereslet α hányadát képes kielégíteni, akkor a reziduális keresleti görbe $D_r(p) = (1 - \alpha)D(p)$. Ez utóbbi reziduális görbét szemlélteti az *1. ábra,* amelyben q^* az alacsonyabb áron kínált mennyiséget és p^* az alacsonyabb árat jelöli. Az Edgeworth által alkalmazott adagolási szabályt *arányosnak* vagy véletlenszerűnek nevezik. Az arányos adagolási szabályt részletesen tárgyalja *Tasnádi* [1998*b*].

Az arányos adagolási szabály mellett gyakran alkalmazott az úgynevezett *hatékony* vagy más néven párhuzamos adagolási szabály. Hatékonynak azért nevezik ezt az adagolási szabályt, mert rögzített árak és kibocsátások mellett maximalizálja a fogyasztói több-

1. ábra
Arányos adagolási szabály



2. ábra
Hatékony adagolási szabály



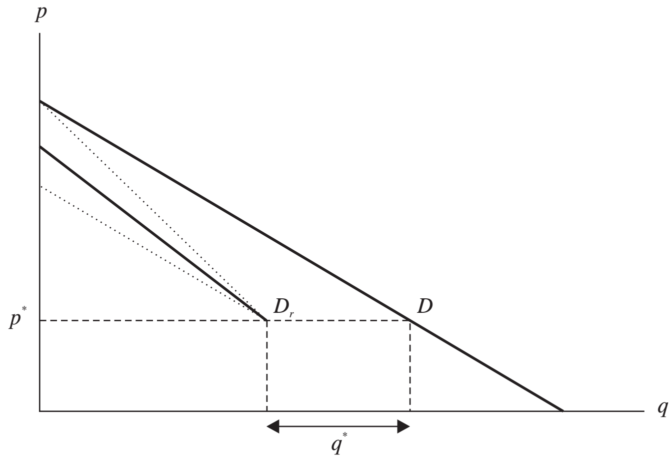
letet. A hatékony adagolási szabály szerint a magasabb áron kínáló vállalat reziduális keresleti görbéje megkapható a keresleti görbe q^*-gal balra történő vízszintes eltolásával, ahol q^* az alacsonyabb áron értékesített termékmennyiség, azaz $D_r(p) = D(p) - q^*$. A *2. ábra* alapján nem meglepő, hogy a hatékony adagolási szabályt párhuzamos adagolási szabálynak is szokták nevezni.

Az arányos és a hatékony adagolási szabályok speciális esetei a kombinált adagolási szabálynak (lásd *Tasnádi* [1999*b*]), amely esetén a magasabb áron kínáló termelő kereslete legalább akkora, mint a hatékony adagolási szabály esetén, és legfeljebb akkora, mint az arányos adagolási szabály esetén. Ezt szemlélteti a *3. ábra,* amelyben a pontozott vonalak az arányos és a hatékony adagolási szabályokhoz tartozó reziduális keresleti görbék.

Formálisan a kombinált adagolási szabály a következőképpen adható meg egy duopolpiacon.

3. ábra

Kombinált adagolási szabály



Definíció. Az R függvény egy *kombinált* adagolási szabály $\lambda \in [0,1]$ paraméterrel, ha a $j \in \{1,2\}$ vállalat kereslete az alábbi:

$$R_j(D, p_1, q_1, p_2, q_2) := \begin{cases} D(p_j) & \text{ha} \quad p_j < p_i, i \neq j; \\ \dfrac{q_j}{q_1 + q_2} D(p_j) & \text{ha} \quad p_j = p_i, i \neq j; \\ \max\left\{ D(p_j) - \lambda q_i - (1-\lambda)\dfrac{q_i}{D(p_i)} D(p_j), 0 \right\} & \text{ha} \quad p_j > p_i, i \neq j; \end{cases}$$

A kombinált adagolási szabály megvalósítható például egy olyan duopolpiacon, amelyen n számú azonos d egyéni keresleti görbével rendelkező fogyasztó található. E piacon a λ paraméterű kombinált adagolási szabály alkalmazható, ha az alacsonyabb áron kínáló duopolista először a kínálata $1 - \lambda$ hányadát véletlenszerűen kiválasztott fogyasztók teljes igényeinek kielégítésére fordítja, majd a kínálata fennmaradó λ hányadát a többi fogyasztó között egyenletesen osztja el. További részleteket illetően lásd *Tasnádi* [1999*b*].

Meg kell jegyeznünk, hogy több termelő esetén a kombinált adagolási szabály definíciója rekurzív úton adható meg.

Az adagolási szabályok segítségével már megadhatjuk a Bertrand–Edgeworth-típusú oligopoljátékot, amelynek kétfajta időbeli lefolyása lehetséges. Az első változat szerint az ár- és mennyiségi döntések szimultán módon születnek meg. Ennek leírására a következő struktúra alkalmas:

$$O_{BE} := \left\langle J, (P \times Q)^J, (C_i)_{i=1}^J, D, R, (\pi_i)_{i=1}^J \right\rangle,$$

ahol J az oligopolisták száma, P a lehetséges árak halmaza, Q a lehetséges kibocsátások halmaza, $(C_i)_{i=1}^J$ a vállalatok költségfüggvényeinek vektora, D a piaci keresleti görbe, R az adagolási szabály és $(\pi_i)_{i=1}^J$ a vállalatok alábbi módon adott profitfüggvényeit jelöli:

$$\pi_i(p_1,q_1,\ldots,p_J,q_J) := p_i R_i(D,p_1,q_1,\ldots,p_J,q_J) - C_i(q_i)$$

mindegyik $i \in \{1,\ldots,J\}$ vállalat esetén.

A második változat szerint az oligopolisták először szimultán módon meghozzák árdöntéseiket, majd egymás árdöntéseinek ismeretében meghozzák a mennyiségi döntéseiket. A mennyiségi döntéseket ebben a változatban kiszolgálási kapacitásokként kell értelmezni, azaz q_i azt a mennyiséget jelöli, amekkorát az i vállalat maximálisan hajlandó letermelni. A két változat nyilván két külön játékot eredményez. Az utóbbi változatban a vállalatok csak annyit termelnek, amennyit értékesíteni is tudnak. A második változatnak a következő struktúra felel meg:

$$O_{BE2} := \left\langle J, (P \times Q)^J, (C_i)_{i=1}^J, D, R, (\pi_i)_{i=1}^J \right\rangle,$$

ahol a profitfüggvények

$$\pi_i(p_1,q_1,\ldots,p_J,q_J) := p_i \min \{q_i,R_i(D,p_1,q_1,\ldots,p_J,q_J)\} - C_i(\min \{q_i,R_i(D,p_1,q_1,\ldots,p_J,q_J)\})$$

mindegyik $i \in \{1,\ldots,J\}$ vállalat esetén.

A Bertrand–Edgeworth-játék Nash-egyensúlyáról

A klasszikus oligopolmodellekkel szemben a Bertrand–Edgeworth-típusú modellek egyik kellemetlen tulajdonsága, hogy a keresleti és költségfüggvényekre általában kirótt konvexitási és konkávitási feltételek nem garantálják a tiszta Nash-egyensúlyi megoldás létezését. Valójában már egyszerűbb esetekben is gyakran a tiszta Nash-egyensúlyi megoldás hiányába ütközünk (lásd például *Shubik* [1955], *Tirole* [1988] és *Vives* [1999]).

Az irodalomban előszeretettel vizsgálják azt az esetet, amikor a vállalatok átlagköltségei egy rögzített termelési kapacitásig állandók. E feltétel népszerűségének alapvetően két oka van. Egyrészt a kapacitáskorlátos modell jól interpretálható, mivel ekkor a kapacitáskorlátokon keresztül megragadható a vállalatok méretbeli eltérése, és az egységköltségeken keresztül modellezhetők a vállalatok esetleges eltérő költségviszonyai. Másrészt, a Bertrand–Edgeworth-oligopóliumok matematikai bonyolultsága miatt csak ilyen erős feltevések mellett tudunk pozitív állításokat megfogalmazni. Azoknak az eredményeknek a többsége, amelyeket ismertetni fogunk, a kapacitáskorlátos modellre vonatkoznak.

A tiszta Nash-egyensúlyi megoldás hiánya miatt nyilván sérülnek *Debreu* [1952] egzisztenciatételének feltételei. Nevezetesen a Bertrand–Edgeworth-játék profitfüggvényei nem folytonosak és nem is kvázikonkávak. A súlyosabb problémát a kvázikonkávitás hiánya okozza. A profitfüggvények folytonosak, eltekintve azon árkombinációktól, amelyekben a vállalatok azonos árakat állapítanak meg. Ezen „kellemetlen” stratégiák Lebesgue-mértéke nulla. Ezért a Bertrand–Edgeworth-játék közelíthető olyan játékokkal, amelyek profitfüggvényei csak a szakadási pontok egy kis környezetében térnek el a Bertrand–Edgeworth-játék profitfüggvényeitől, és már folytonosak. Megmutatható, hogy ha a kiindulási Bertrand–Edgeworth-játéknak nem létezett tiszta Nash-egyensúlyi pontja, akkor a hozzá tartozó közelítő játéknak sem létezik tiszta Nash-egyensúlya.

Az irodalomban jól ismert, hogy lineáris keresleti görbe és azonos átlagköltségek mellett a kapacitáskorlátos modellnek alacsony kapacitáskorlátok melletti egyensúlyában a vállalatok a monopolista árat alkalmazzák, míg magas kapacitáskorlátok esetén a vállalatok árai megegyeznek az átlagköltségükkel. A kapacitáskorlátok egy köztes tartományában csak kevert Nash-egyensúlyi megoldás létezhet (lásd például *Shubik* [1955], *Tirole* [1988] és *Wolfstetter* [1993]). Ezek az eredmények minőségileg függetlenek a választott adagolási szabálytól. Az adagolási szabály csak a közbülső tartomány határainak értékét határozza meg (kombinált adagolási szabály esetén lásd *Tasnádi* [1999*b*]). Mind az arányos, mind a hatékony adagolási szabály esetén a tiszta egyensúly tetszőleges kapacitáskorlátok mellett garantált, ha a keresleti görbe minden pontban árrugalmas, azaz minden

$p > 0$ ár esetén $|\varepsilon_{D,p}| > 1$ (lásd *Tasnádi* [1999*a*]). Meg kell jegyeznünk, hogy a rugalmassági feltevés enyhíthető hatékony adagolási szabály esetén, ha a vállalatok egymáshoz viszonyított relatív kapacitásai egy rögzített korlátot nem haladnak meg.

A tiszta egyensúly hiányát természetesen a kevert stratégiák megengedése orvosolhatja. Több szerző azonban a kevert stratégiákkal szembeni fenntartások miatt a játék más egyensúlyi koncepció melletti megoldását javasolta. Így például *Boyer–Moreaux* [1987] duopol piac esetében a Bertrand–Edgeworth-játék egy Stackelberg-típusú verzióját vizsgálták, amelyben a vállalatok egymást követve döntenek. A tiszta egyensúly hiányát a modell további elemekkel történő kibővítésével is fel lehet oldani (lásd például *Chowdhury* [1999]).

A tiszta Nash-egyensúlyra vonatkozó eredmények rövid ismertetését követően rátérünk a játék kevert Nash-egyensúlyi megoldására. Egy játék kevert Nash-egyensúlyi pontjának egzisztenciájára vonatkozik *Glicksberg* [1952] tétele. Glicksberg tétele a Bertrand–Edgeworth-oligopóliumokra nem alkalmazható, ugyanis az oligopolisták profitfüggvényeinek folytonossága sérül. *Dasgupta–Maskin* [1986*a*] egy játék kevert Nash-egyensúlyi pontjának létezésére vonatkozó egzisztenciatételt adtak olyan játékokra, amelyekben a kifizetőfüggvények folytonossága speciális módon sérül. A tételeik erejét ezt követően *Dasgupta–Maskin* [1986*b*] több közgazdaságilag érdekes játékon is bemutatták, amelyek között az állandó átlagköltségű, a kapacitáskorlátos és az arányos adagolásos Bertrand–Edgeworth-duopólium is szerepelt. *Dixon* [1984] két azonos konvex költségfüggvényű duopolista esetén a Dasgupta–Maskin-tétel segítségével belátta a kevert egyensúly létezését. Dixon az arányos és hatékony adagolás esetét vizsgálta. *Maskin* [1986] a Dasgupta–Maskin-tétel felhasználásával eltérő költségfüggvények esetén is igazolta a kevert egyensúly egzisztenciáját. *Simon* [1987] később közölt egy a Dasgupta–Maskin-tételnél általánosabb tételt a kevert egyensúlyi stratégia létezésére vonatkozóan. *Reny* [1999] tovább általánosította a nem folytonos kifizetőfüggvényű játékokra vonatkozó egzisztenciatételeket. Meg kell jegyeznünk, hogy a Dasgupta–Maskin-tétel segítségével tetszőleges kombinált adagolási szabály mellett is igazolható a kevert Nash-egyensúlyi megoldás létezése.

Természetesen jó lenne, ha nemcsak a kevert Nash-egyensúly létezését garantálhatnánk, hanem a kevert Nash-egyensúlyi stratégiákat is meghatározhatnánk. Sajnos a kevert Nash-egyensúlyi megoldást csak speciális esetekben tudjuk meghatározni. Elsőként *Beckmann* [1965] végzett ilyen jellegű számításokat. Beckmann explicite meghatározta a Bertrand–Edgeworth-duopólium kevert Nash-egyensúlyi pontját lineáris keresleti függvény, állandó határköltségek, azonos kapacitáskorlátok és arányos adagolás feltételezése mellett. Számításaiban néhány hibát vétett (lásd *Osborne–Pitchik* [1986]). *Levitan–Shubik* [1972] a hatékony adagolási szabályt választva – Beckmann többi feltételét megtartva – meghatározták a kevert Nash-egyensúlyi megoldást. *Vives* [1986] az oligopóliumokra és szigorúan monoton csökkenő keresleti görbékre terjesztette ki *Levitan–Shubik* [1972] eredményét. *Davidson–Deneckere* [1986] – az arányos adagolási szabály, szigorúan monoton csökkenő keresleti görbe és nulla határköltségek feltételezése mellett egymástól eltérő kapacitáskorlátok esetére – megadtak egy differenciálegyenletet, amely megoldásával megkapható a kapacitáskorlátos Bertrand–Edgeworth-duopólium kevert Nash-egyensúlyi pontja. *Allen–Hellwig* [1993], meghaladva *Davidson–Deneckere* [1986] eredményét, explicit formulát adtak a kevert Nash-egyensúlyi pontra lényegében azonos feltételek mellett, továbbá részletesen elemezték a kevert egyensúlyi megoldás tartóját.

Alkalmazások

Ebben a fejezetben – kiemelés jelleggel – vázlatosan ismertetem a Bertrand–Edgeworth-oligopóliumokkal kapcsolatos érdekesebb eredményeket. Az eredmények egy része kapcsolatot teremt más jellegű modellek között (mint például a kompetitív piac vagy a monopolisztikus verseny). Az eredmények egy másik csoportja a Bertrand–Edgeworth-modellt egy összetettebb modell keretében alkalmazza, és ezáltal bonyolultabb gazdasági eseményeket kíván magyarázni.

Approximációs tételek

A Cournot-oligopóliumra közismert eredmény, hogy az oligopolisták számának határtalan növelésével a Cournot-oligopólium Nash-egyensúlyi ára a termék határköltségéhez tart (lásd például *Ruffin* [1971]). Ez a megállapítás a kompetitív piac egyfajta legitimációját adja. Felvetődik az a kérdés, hogy a Bertrand–Edgeworth-oligopóliumokra is igaz-e hasonló állítás. Egy ilyen jellegű állítás azért is érdekes, mivel a Bertrand–Edgeworth-modell közelebb áll a tekintetben a valósághoz, hogy véges sok szereplő esetén minden egyes oligopolistának lehet ármeghatározó szerepe, míg a Cournot-modellben az árakat egy fiktív árverező állapítja meg.

A kapacitáskorlátos Bertrand–Edgeworth-oligopóliummal kapcsolatban pozitív eredményre jutottak *Vives* [1986] és *Allen–Hellwig* [1986], [1989]. Előbbi elemzéseit a hatékony adagolási szabály feltételezése mellett végezte, míg az utóbbiak az arányos adagolási szabály esetét vizsgálták. Eredményképpen azt kapták, hogy az oligopolisták számának végtelenbe tartásával a kompetitív piac approximálható a Bertrand–Edgeworth-modellel. *Börgers* [1992] *Vives* [1986] eredményét enyhébb egyensúlyi koncepció alkalmazása mellett látta be. Nevezetesen: *Börgers* [1992] a Nash-egyensúlyi koncepció helyett a dominált stratégiák iterált törlésével dolgozott. *Dixon* [1987] pedig konvex költségfüggvények mellett bizonyított egy approximációs tételt, amelyben a Nash-egyensúly fogalma helyett az annál gyengébb ε-egyensúly fogalmát használja.

Differenciált termékű piac

A differenciált termékű Bertrand–Edgeworth-oligopóliumok elemzésével többen is foglalkoztak. A modell előnye, hogy a profitfüggvények folytonossága könnyen biztosítható. A homogén termékű változat esetében a problémát az okozza, hogy a fogyasztók az egyes vállalatok termékeit csak áraik alapján különböztetik meg, és ezért egy vállalat végtelenül kis árcsökkentéssel is elhódíthatja riválisainak fogyasztóit.

Benassy [1986] modelljében a fogyasztói oldal egy reprezentatív fogyasztó hasznossági függvényével adott. Benassy néhány technikai feltétel teljesülése mellett bebizonyította, hogy a differenciált termékű szimultán ár és mennyiségi döntésű Bertrand–Edgeworth-játéknak sosem létezik tiszta Nash-egyensúlyi megoldása. Benassy megjegyzi, hogy megfelelő kapacitáskorlátok bevezetésével a játéknak létezhet tiszta Nash-egyensúlyi megoldása. Továbbá a játéknak akkor is létezhet tiszta Nash-egyensúlya, ha a mennyiségi döntések az árdöntések után születnek meg. Benassy eredményei arra hívják fel a figyelmet, hogy a termékdifferenciáció bevezetése sem garantálja a Bertrand–Edgeworth-oligopóliumban a tiszta Nash-egyensúlyi megoldás létezését.

Benassy egy későbbi munkájában (*Benassy* [1989]) folytatja elemzéseit. Azonos költségfüggvényű vállalatok esetében a tiszta Nash-egyensúly létezését a piacon lévő vállalatok számával és a termékek közötti (Allen–Hicks-féle) helyettesítési rugalmasság segítségével ragadja meg. Lehetséges tiszta Nash-egyensúlyi megoldásként csak a kompetitív megoldás jöhet szóba. Egyik fontos eredménye (*Benassy* [1989] 2. tétel) szerint, amennyiben a helyettesítési rugalmasság korlátos, akkor elég sok vállalat esetén a kompetitív megoldás egy

Nash-egyensúlyi megoldás az általa Bertrand–Edgeworth–Chamberlin névre keresztelt modellben. Tehát elég sok oligopolista esetén mindenképpen megjelenik a tiszta Nash-egyensúly. A másik fontos eredménye szerint pedig rögzített számú oligopolista esetében „megfelelően” közeli helyettes termékek esetén a modelljének nem létezik tiszta Nash-egyensúlyi megoldása. Benassy a monopolisztikus verseny Chamberlin-féle modelljét (lásd *Chamberlin* [1956]) és a Bertrand–Edgeworth-modellt ötvözi egy modellben.

Canoy [1996] egy olyan differenciált termékű Bertrand–Edgeworth-típusú duopolmodellt alkotott, amelyben be tudta látni, hogy amennyiben a duopolisták termékei eléggé különböznek egymástól, akkor létezik a játéknak tiszta Nash-egyensúlyi megoldása. Modelljében az egyik vállalatnak helyzeti előnye van, azaz a fogyasztók olcsóbban jutnak termékéhez. Egy φ paraméterű fogyasztó az első vállalattól akar vásárolni, ha $p_2 - p_1 \geq \varphi$. Canoy számításai során felteszi, hogy φ egyenletes eloszlású a $[-\Delta\beta,\beta]$ intervallumon. A $\beta \geq 0$ egyfajta mérőszáma a termékdifferenciációnak. A $\beta = 0$ esetén a homogén termékű modellt kapjuk. A $\Delta \geq 0$ paraméter pedig a két vállalat közötti helyzeti aszimmetriát méri. Ha például $\Delta < 1$, akkor több fogyasztó részesíti előnyben a második céget azonos árak esetén. Canoy néhány technikai feltétel teljesülése mellett igazolta olyan $\beta' > 0$ és $\beta'' > 0$ értékek létezését, hogy a differenciált termékű Bertrand–Edgeworth-játéknak minden $\beta < \beta'$ differenciáltsági paraméterre nincs, míg minden $\beta > \beta''$ differenciáltsági paraméterre van tiszta Nash-egyensúlyi megoldása (*Canoy* [1996], 1. és 2. állítása). Ez összhangban van *Benassy* [1989] eredményével.

A domináns vállalat modellje

Az iparági szervezetek irodalmában előszeretettel használják a domináns vállalati árvezérlés modelljét. A modell leírása megtalálható magyar nyelven *Kopányi* [1993] tankönyvben. A modellben egy nagyvállalat található, amelynek ármeghatározó szerepe van, míg a piacon lévő sok kis vállalat árelfogadó módon viselkedik. Ezért a kisvállalatok kínálatát a határköltséggörbéi adják meg. A nagyvállalat pedig a piaci árat a reziduális profitfüggvényének maximalizálásával állapítja meg.

A modell legfőbb problémája, hogy nem a piacon lévő vállalatok profitmaximalizáló magatartásából vezeti le a domináns vállalat által diktált piaci árat és a kisvállalatok árelfogadó magatartását. *Deneckere–Kovenock* [1992] a modell egyfajta játékelméleti megalapozását adta duopolpiacon. A kapacitáskorlátos Bertrand–Edgeworth-duopóliumot kibővítették egy időzítési játékkal, amelyben a vállalatok először arról döntenek, hogy mikor hozzák árdöntésüket nyilvánosságra. Belátták, hogy a nagyobb kapacitású vállalat érdekelt árdöntését azonnal meghozni, míg a kisebb kapacitású vállalatnak érdemes kivárni a nagyvállalat árdöntését. A nagyvállalat az aljáték tökéletes Nash-egyensúlyi árát a reziduális profitfüggvényének maximalizálásával határozhatja meg. A *Deneckere–Kovenock* [1992] által bevezetett modell abban tér el a domináns vállalati árvezérlés modelljétől, hogy nem teszi szükségessé egy sok kisvállalatból összetevődő kompetitív szegély meglétét az árvezérlés kialakulásához.

Furth–Kovenock [1993] egy differenciált termékű piacra terjesztette ki *Deneckere–Kovenock* [1992] eredményét. *Gangopadhyay* [1993] pedig *Deneckere–Kovenock* [1992] duopolpiacra vonatkozó eredményét részlegesen kiterjesztette oligopóliumokra. *Tasnádi* [2000] cikkemben szigorúan konvex költségfüggvényű vállalatok, egy elsőként lépő nagyvállalat és másodikként egyszerre lépő végtelen sok kisvállalat feltételezése mellett egy játékelméleti megalapozását adtam a domináns vállalati árvezérlés modelljének. Egy másik tanulmányban (*Tasnádi* [2001]) megmutattam, hogy duopolpiacon *Deneckere–Kovenock* [1992] eredménye nem áll fenn szigorúan konvex költségfüggvények esetén.

Dinamikus modellek

Kreps–Scheinkman [1983] kétperiódusos modelljében a duopolisták előbb termelési kapacitásaikat építik ki, majd egy kapacitáskorlátos Bertrand–Edgeworth-játékban vesznek részt. Hatékony adagolási szabály feltételezése mellett belátták, hogy aljáték tökéletes egyensúlyban a vállalatok a megfelelő Cournot-modell egyensúlyához tartozó árakat és mennyiségeket választják. Ezzel *Kreps–Scheinkman* [1983] kapcsolatot létesített az addig összeegyeztethetetlenek vélt mennyiségi és ár modellek között. *Davidson–Deneckere* [1986] rámutatott, hogy Kreps és Scheinkmann eredménye csak a hatékony adagolási szabály mellett áll fenn, továbbá *Deneckere–Kovenock* [1992] megmutatta, hogy *Kreps–Scheinkman* [1983] eredménye a duopolisták eltérő kapacitáskiépítési költségei mellett sem áll fenn mindig.

Maskin–Tirole [1988] egy olyan véges időszakú modellt vizsgált, amelyben a duopolisták felváltva hozzák meg árdöntéseiket. A duopolisták áraikat csak egy véges halmazból választhatják. Ezzel elérték, hogy a duopolistáknak egymás döntéseire mindig létezzen legjobb válaszuk. Belátták, hogy elegendően nagy diszkonttényező esetén létezik olyan tökéletes Nash-egyensúlyi megoldás, amely az ár ciklizálásához vezet. Ezt a megoldást Edgeworth-ciklusnak nevezték el, bár modelljük egy ismételt Bertrand-játék. Ha egy olyan Bertrand–Edgeworth-játékot vizsgálunk, amelynek csak kevert Nash-egyensúlyi megoldása van, akkor a duopolisták egymás döntéseire adott árválaszai hasonló ciklizálást mutatnak. Modelljük fő eredménye, hogy a dinamikus Bertrand-féle duopóliumban az árak jóval meghaladják a kompetitív piaci árat.

Davidson–Deneckere [1990] egy olyan modellt vizsgált, amelyben a duopolisták a termelési kapacitásuk felépítése után végtelen sokszor vesznek részt egy kapacitáskorlátos Bertrand–Edgeworth-játékban. Arra az érdekes eredményre jutottak, hogy a kamatlábtól és a tőke költségétől függően a következő három aljáték tökéletes egyensúly lehetséges:

– a duopolisták jelentős többletkapacitásokat építenek ki, és a piacon a monopolista ár alakul ki;

– a duopolisták többletkapacitásokat építenek ki, és a piacon az ár a kompetitív és a monopolista ár között alakul ki; továbbá

– a duopolisták kapacitáskorláton termelnek, és a piacon a kompetitív piaci ár alakul ki.

Ez az eredmény azért is érdekes, mert azt gondolhatnánk, hogy a többletkapacitások az árak csökkenéséhez vezetnének. Davidson és Deneckere eredményüket úgy interpretálják, hogy jelentős többletkapacitások esetén a dinamikus játékban az árak csökkenése azért nem következik be, mert az árháború kezdeményezésétől mindkét vállalatot a többletkapacitások visszatartják.

Többször ismételt kísérleti játékokon keresztül *Brown-Kruse és szerzőtársai* [1994] vizsgálták a Bertrand–Edgeworth-oligopóliumokat. Az általuk elvégzett laboratóriumi kísérletek során egy hatvanszor ismételt négyszereplős Bertrand–Edgeworth-játékot elemeztek. A megfigyelések alapján több hipotézist is teszteltek. A kísérletek során az Egdeworth-féle ciklus megfigyelhető volt: a fokozatos árcsökkenéseket egy nagy áremelés követ. A megfigyelt ciklusoknál az árak ingadozása kisebb volt az elméleti Edgeworth-ciklusnál leírtakénál. Az árak a kísérletek során semmiképpen sem konvergáltak a megfelelő kompetitív piaci egyensúlyi árhoz. Az árak eloszlása nem illeszkedett az elméleti kevert egyensúlyhoz tartozó eloszláshoz. Ez utóbbi eredményt azonban mindenképpen óvatosan kell kezelni, mivel az egyes ismételt kísérletek statisztikailag igazolhatóan függtek egymástól, ami nem is meglepő, hiszen egy újabb lejátszáskor a résztvevők korábbi árdöntései is szerepet játszanak az újabb árdöntések meghozatalakor.

Kovenock–Suddhasatwa [1998] olyan három időszakos kiterjesztett Bertrand–

Edgeworth-típusú játékot vizsgált, amelyben a kapacitások kiépítése időigényes, és ezért a duopolistáknak két időszak áll rendelkezésre kapacitásaik kiépítésére. Itt meg kell említeni, hogy hasonló felfogású elemzést végzett *Saloner* [1987] a Cournot-oligopóliumra egy olyan mennyiségi modellt vizsgálva, amelyben a termeléshez szintén két időszak áll rendelkezésre. Nevezzük ezt a modellt a továbbiakban két időszakos Cournot-oligopóliumnak, Visszatérve *Kovenock–Suddhasatwa* [1998] modelljére, a kapacitások kiépítését követő harmadik időszakban a duopolisták egy hagyományos kapacitáskorlátos Bertrand–Edgeworth-játékban vesznek részt. Vegyük észre, hogy ez a modell a *Kreps–Scheinkmann* [1983] modell kibővítése még egy kapacitásépítési időszakkal. *Kreps és Scheinkmann* [1983] a Cournot-modellt levezette a Bertrand–Edgeworth-modell segítségével. *Kovenock–Suddhasatwa* [1998] megmutatta, hogy a két időszakos Cournot-modell és az általuk megfogalmazott két kapacitásépítési időszakos kiterjesztett Bertrand–Edgeworth-modell között csak nagy kapacitásépítési költségek esetén áll fenn a *Kreps–Scheinkmann* [1983]-hoz hasonló összefüggés.

Keresleti bizonytalanság melletti modellek

Staiger–Wollack [1992] megvizsgálták annak lehetőségét, hogy keresleti bizonytalanság esetén két vállalat között kialakul-e rejtett kooperáció, ami egyben meggátolja az árháború kialakulását. Ehhez olyan játékot vizsgálnak, amelyben a duopolisták kapacitásaik kiépítésekor a piaci keresletet még nem ismerik pontosan. A kapacitások kiépítése után pontosan ismertté válik a piaci keresleti görbe. Ezek után a duopolisták egy végtelenszer ismételt kapacitáskorlátos Bertrand–Edgeworth-játékot játszanak. *Staiger–Wollack* [1992] belátták, hogy az Edgeworth-ciklus szerint alakuló árháborúk nagyméretű kapacitáskihasználatlanság esetén fordulnak elő. Ezzel szemben csak kisebb méretű kapacitáskihasználatlanság esetén az árcsökkenések mértéke lassú, és a vállalatok piaci részesedése stabilnak mondható. *Staiger–Wollack* [1992] modellje arra is magyarázatot ad, hogy depresszió esetén mért szűnhetnek meg korábban megfigyelhető hallgatólagos ármegállapodások.

Reynolds–Wilson [2000] olyan szimmetrikus Bertrand–Edgeworth-duopóliumot vizsgáltak *Staiger–Wollack* [1992]-at követve, amelyben a vállalatok kapacitásaik kiépítésekor még nem ismerik pontosan a piaci keresletet, viszont az árdöntéseik meghozatalakor már biztosan ismerik azt. Ekkor megmutatták, hogy a kereslet kellően nagy bizonytalansága esetén nem létezik tiszta Nash-egyensúly.

Záró gondolatok

A tanulmányban áttekintettük a Bertrand–Edgeworth-oligopóliumokkal kapcsolatos eredményeket. Természetesen a Bertrand–Edgeworth-oligopóliumok, akárcsak a Cournot- vagy Bertrand-oligopóliumok, a valóság nagyfokú leegyszerűsítései. A konkrét gyakorlati szituációk vizsgálata során azonban a különbözőfajta oligopolmodellek alkalmazása – mint egy összetettebb modell alkotóeleme – hasznos lehet. A sikeres alkalmazáshoz szükséges megismernünk az egyes oligopolmodellek egyensúlyi viselkedését. A Bertrand–Edgeworth-modell alkalmazása során a tiszta Nash-egyensúly esetleges nem létezésére és a kevert Nash-egyensúly kiszámításának nehézségére kell felkészülnünk.

Hivatkozások

ALLEN, B.–HELLWIG, M. [1986]: Bertrand-Edgeworth oligopoly in large markets. Review of Economic Studies, 53, 175–204. o.

ALLEN, B.–HELLWIG, M. [1989]: The approximation of competitive equilibria by Bertrand–Edgeworth equilibria in large markets. Journal of Mathematical Economics, 18, 103–127. o.

ALLEN, B.–HELLWIG, M. [1993]: Bertrand–Edgeworth duopoly with proportional demand. International Economic Review, 34, 39–60. o.

BECKMANN, M. B. [1965]: Edgeworth-Bertrand Duopoly Revisited. Megjelent: *Henn, R.* (szerk.): Operations Research Verfahren III. Verlag Anton Hain, Meisenheim.

BENASSY, J-P. [1986]: On the existence of Bertrand-Edgeworth equilibria with differentiated commodities. Megjelent: *Hildenbrand, W.–Mas-Collel, A.* (szerk.): Contributions to Mathematical Economics. North-Holland, Amszterdam, 57–78. o.

BENASSY, J-P. [1989]: Market Size and Substitutability in Imperfect Competition: A Bertrand-Edgeworth-Chamberlin Model. Review of Economic Studies, 56, 217–234. o.

BOYER, M.–MOREAUX, M. [1987]: Being a Leader or a Follower: Reflections on the Distribution of Roles in Duopoly. International Journal of Industrial Organization, 5, 175–192.

BÖRGERS, T. [1992]: Iterated Elimination of Dominated Strategies in a Bertrand-Edgeworth Model. Review of Economic Studies, 59, 163–176. o.

BROWN-KRUSE, J.–RASSENTI, S.–REYNOLDS, S. S.–SMITH, V. L. [1994]: Bertrand-Edgeworth competition in an experimental market. Econometrica, 62, 343–371. o.

CANOY, M. [1996]: Product differentiation in a Bertrand-Edgeworth duopoly. Journal of Economic Theory, 70, 158–179. o.

CHAMBERLIN, E. H. [1956]: The theory of Monopolistic Competition, 7. kiadás. Harvard University Press, Cambridge, Massachusetts.

CHOWDHURY, P. R. [1999]: Bertrand-Edgeworth equilibria with unobservable output. Economics Letters, 63, 207–211. o.

DASGUPTA, P.–MASKIN, E. [1986*a*]: The existence of equilibria in discontinuous games I: Theory. Review of Economic Studies, 53, 1–26. o.

DASGUPTA, P.–MASKIN, E. [1986*b*]: The existence of equilibria in discontinuous games II: Applications. Review of Economic Studies, 53, 27–41. o.

DAVIDSON, C.–DENECKERE, R. [1986]: Long-run competition in capacity, short-run competition in price, and the Cournot model. Rand Journal of Economics, 17, 404–415. o.

DAVIDSON, C.–DENECKERE, R. [1990]: Excess capacity and collusion. International Economic Review, 31, 521–541. o.

DEBREU, G. [1952]: A social equilibrium existence theorem. Proceedings of the National Academy of Sciences, 38, 886–893. o.

DENECKERE, R.–KOVENOCK, D. [1992]: Price Leadership. Review of Economic Studies, 59, 143–162. o.

DIXON, H. [1984]: The existence of mixed-strategy equilibria in a price setting oligopoly with convex costs. Economics Letters, 16, 205–212. o.

DIXON, H. [1987]: Approximate Bertrand Equilibria in a Replicated Industry. Review of Economic Studies, 54, 47–62. o.

FURTH, D.–KOVENOCK, D. [1993]: Price Leadership in a Duopoly With Capacity Constraints and Product Differentiation. Journal of Economics, 57, 1–35. o.

GANGOPADHYAY, S. [1993]: Simultaneous vs. Sequential Move Price Games: A comparison of equilibrium payoffs. Indian Statistical Institute, Discussion Paper, No. 93-01.

GLICKSBERG, I. L. [1952]: A Further Generalization of the Kakutani Fixed Point Theorem with Application to Nash Equilibrium Points. Proceedings of the American Mathematical Society, 38, 170–174. o.

HOWARD, D. H. [1977]: Rationing, quantity constraints and consumption theory. Econometrica, 45, 399–412. o.

KOPÁNYI MIHÁLY (szerk.) [1993]: Mikroökonómia. 2. javított kiadás. Műszaki Könyvkiadó, Budapest.

KOVENOCK, D.–SUDDHASATWA, R. [1998]: Dynamic capacity choice in a Bertrand–Edgeworth framework. Journal of Mathematical Economics, 29, 135–160. o.

KREPS, D. M.–SCHEINKMAN, J. A. [1983]: Quantity precommitment and Bertrand competition yield Cournot outcomes. Bell Journal of Economics, 14, 326–337. o.

LEVITAN, R.–SHUBIK, M. [1972]: Price duopoly and capacity constraints. International Economic Review, 13, 111–122. o.

MASKIN, E. [1986]: The existence of Equilibrium with Price-setting Firms. American Economic Review, 76, 382–386. o.

MASKIN, E.–TIROLE, J. [1988]: A theory of dynamic oligopoly, II: Price competition, kinked demand curves, and Edgeworth cycles. Econometrica, 56, 571–599. o.

NEARY, J. P.–ROBERTS, K. W. S. [1980]: The theory of household behaviour under rationing. European Economic Review, 13, 25–42. o.

OSBORNE, M. J.–PITCHIK, C. [1986]: Price Competition in a Capacity-Constrained Duopoly. Journal of Economic Theory, 38, 238–260. o.

POLLACK, R. A. [1969]: Conditional demand functions and consumption theory. Quaterly Journal of Economics, 83, 60–78. o.

RENY, P. J. [1999]: On the Existence of Pure and Mixed Strategy Nash Equilibria in Discontinuous Games. Econometrica, 67, 1029–1056. o.

REYNOLDS, S. S.–WILSON, B. J. [2000]: Bertrand-Edgeworth Competition, Demand Uncertainty and Asymmetric Outcomes. Journal of Economic Theory, 92, 122–141. o.

RUFFIN, R. J. [1971]: Cournot Oligopoly and Competitive Behaviour. Review of Economic Studies, 38, 47–62. o.

SALONER, G. [1987]: Cournot duopoly with two production periods. Journal of Economic Theory, 42, 183–187. o.

SHUBIK, M. [1955]: A comparison of treatments of a duopoly problem (part II). Econometrica, 23, 417–431. o.

SIMON, L. K. [1987]: Games with Discontinuous Payoffs. Review of Economic Studies, 54, 569–597. o.

STAIGER, R. W.–WOLAK, F. A. [1992]: Collusive pricing with capacity constraints in the presence of demand uncertainity. Rand Journal of Economics, 23, 203–220. o.

TASNÁDI ATTILA [1998*a*]: Egy racionális fogyasztó döntése hogyan viszonyul a hatékony és a véletlen adagolási szabályokhoz? Megjelent: *Blahó András* (szerk.): A jövő a jelenben – átalakuló társadalom új tudományos problémák. PhD hallgatók konferenciája, Budapesti Közgazdaságtudományi Egyetem, Budapest, 241–252. o.

TASNÁDI ATTILA [1998*b*]: A véletlen adagolási szabály alkalmazhatóságának piaci feltételei. Szigma, XXIX., 141–153. o.

TASNÁDI ATTILA [1999*a*]: Existence of Pure Strategy Nash Equilibrium in Bertrand-Edgeworth Oligopolies. Economics Letters, 63, 201–206. o.

TASNÁDI ATTILA [1999b]: A Two-stage Bertrand–Edgeworth game. Economics Letters, 65, 353–358. o.

TASNÁDI ATTILA [2000]: A price-setting game with a nonatomic fringe. Economics Letters, 69, 63–69. o.

TASNÁDI ATTILA [2001]: Price versus quantity in the presence of a dominant firm. Kézirat, BKÁE.

TIROLE, J. [1988]: The Theory of Industrial Organization. Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, Massachusetts.

VIVES, X. [1986]: Rationing Rules and Bertrand–Edgeworth Equilibria in Large Markets. Economics Letters, 21, 113–116. o.

VIVES, X. [1999]: Oligopoly Pricing: Old Ideas and New Tools. Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, Massachusetts.

WOLFSTETTER, E. [1993]: Oligopoly and Industrial Organization. Humboldt-Universität zu Berlin, Discussion Paper, Berlin.