Közgazdasági Szemle, XLV. évf., 1998. szeptember (803–815. o.)

MIKOLASEK ANDRÁS

A magyar árfolyamrendszer egy elméleti kerete

Az tanulmány arra keresi a választ, hogyan alkalmazható a sávos árfolyamrendszerek vizsgálatára a kilencvenes években kialakított elemzési keret, ha a hazai gyakorlatot jellemző csúszó árfolyam-leértékelést is figyelembe kívánjuk venni. Megmutatja, hogy a sávos árfolyamrendszerek kapcsán megfogalmazott tételek hogyan alakulnak ebben az esetben. Ezen túl a szerző néhány példával illusztrálja az elemzési eszköz használatát.

Ez a tanulmány a jelenlegi magyar árfolyamrendszer egy lehetséges elemzési módszerének leírására tesz kísérletet. A téma három szempontból is érdekes. *Egyrészt,* a sávos árfolyamrendszereket önmagukért is érdemes tanulmányozni, hiszen az Európai Monetáris Unió is ilyen módon működik. Ha tehát a jövőben valamilyen, az árfolyamrendszerrel kapcsolatos vizsgálatot kívánunk elvégezni, akkor fontos, hogy ismerjük a sávos modell tulajdonságait. *Másrészt,* a téma a módszertan újdonsága miatt is érdekes, hiszen a sávos árfolyamrendszerek vizsgálatának módja a nem strukturális devizaárfolyam modellekből indul ki, márpedig ezek felfogása a eltér a „tipikus” makroökonómiai modellekétől.[1] *Harmadrészt,* olyan példának sem rossz, amelyik a sztochasztikus differenciálegyenleteket használja fel és nem pénzügyi eszközök árazással foglalkozik.[2]

A magyar árfolyamrendszer

A magyar devizaárfolyam csúszó és sávos egyszerre. Sávos, hiszen az egyes devizák árfolyama az Magyar Nemzeti Bank által megadott középárfolyamtól plusz-mínusz 2,25 százalékkal térhet el. Csúszó árfolyamrendszer is, hiszen ezt a középárfolyamot az MNB előre megadott ütemben (és módon) csökkenti. A középárfolyam-számítási eljárás (dollárra)[3]:

$$(\mathrm{HUF/USD})_1 = A(\mathrm{HUF/USD})_0^{(1-b)}[(\mathrm{HUF/DEM})_0(\mathrm{DEM/USD})_1]^b,$$

[1] Strukturális modelleken értem azokat az árfolyammodelleket, ahol valamilyen makroökonómiai változó(k) (például: külkereskedelmi mérleg, GDP, infláció stb.) árfolyamra gyakorolt hatását elemezzük.

[2] Ennek a modelltípusnak az eredete *Krugman* [1991] cikkéből ered. A dolgozatban használt matematikai módszerek ismertetése megtalálható például: *Karatzas–Shreve* [1998]. Tanulmányunk nem a sávos árfolyamrendszerekkel foglalkozó irodalom összefoglalása. Ezekről legkönnyebben *Colin Rose* által fenntartott Internet lapról tájékozódhatunk.

[3] Mint a képletből látható, a középárfolyam számításánál két kitüntetett deviza van: a dollár és a márka. A tanulmány dollárra kifejezett képletet használ; a történeten semmit sem változtatna, ha márkára írnánk át, különösen, mivel látni fogjuk, hogy inkább a dollár–márka keresztárfolyam a lényeges. Harmadik devizára pedig azért nem érdemes felírni a kifejezést, mert semmit sem nyernénk vele, ugyanakkor a dollár és a választott valuta keresztárfolyamával folyamatosan korrigálni kellene a számítást.

Mikolasek András Budapesti Közgazdaságtudományi Egyetem Pénzügyi Intézetének egyetemi adjunktusa.

ahol A a leértékelési ütemet jelöli, b pedig a devizakosárban a márka (DEM) súlyát Átalakítással látható, hogy a fenti kifejezés megfelel a következőknek:

$$(\mathrm{HUF/USD})_1/(\mathrm{HUF/USD})_0 = A[(\mathrm{DEM/USD})_1/(\mathrm{DEM/USD})_0]^b.$$

Ez a kifejezés megfelel a következő, a dollár-középárfolyam (c) logaritmusára vonatkozó sztochasztikus differenciálegyenletnek, ahol $\mu = \ln A/dt$, ds^* a márka–dollár keresztárfolyam, dB_1 pedig a Brown-mozgást jelöli.[4]

$$dc = \mu dt + b \cdot ds^*; \quad ds^* = \sigma_1 \cdot dB_1$$

A középárfolyam alakulásának ilyen módon történő modellezése önmagában is hasznos, hiszen segíthet tisztázni a középárfolyam-kockázat fedezésével kapcsolatos problémákat. Látható, hogy a középárfolyam kockázata a márka–dollár árfolyamváltozás kockázatából ered. Emiatt a márka–dollár futures ügyleteket viszonylag egyszerűen használhatjuk a keresztárfolyam fedezetére. A márka–dollár futures árfolyam, F^* ugyanis az Ito-lemma szerint a következő egyenlet szerint mozog $dF^* = \sigma_1 F^* dB_1$, a középárfolyamot leíró egyenlet pedig $dc = \left(\mu + \frac{1}{2} \cdot b^2 \cdot \sigma_1^2\right) \cdot C \cdot dt + C \cdot b \cdot \sigma_1 \cdot dB_1$ alakú.[5] Ezek szerint ha egy dollárügyletben long pozícióban vagyunk, akkor n darab futures kiírásával tudjuk ezt fedezni, ahol n-t az alábbi egyenletből számíthatjuk:

$-n \cdot \sigma_1 \cdot F^* dB_1 + \sigma_1 \cdot b \cdot C \cdot dB_1 = 0 \rightarrow n = \frac{b \cdot C}{F^*}$. Ekkor a teljes portfólió kockázata zérus, azaz lefedeztük a keresztárfolyam kockázatát. Ez a stratégia természetesen minden más deviza esetén is használható, csak ekkor még az adott deviza és a dollár keresztárfolyam-kockázatát is le kell fedeznünk a megszokott módon. A bemutatott fedezeti stratégia dinamikus stratégia, hiszen a C és F^* változásának megfelelően folyamatosan kell pozíciónkat módosítani. Gyakorlati megvalósításakor két dologra kell figyelemmel lennünk:

1. a pozíció módosítása közti időszak ne legyen túl hosszú, hiszen minél hosszabb, annál nagyobb a báziskockázat (ebben esetben a bázis a megszokottól eltérően S/F^*-ként értelmezhető);

2. ne legyen túl nagy változás az árfolyamban, hiszen az $\left(1 + \frac{\Delta S_t}{S_{t-1}}\right)^b \approx 1 + b \cdot \frac{\Delta S_t}{S_{t-1}}$ közelítés csak ilyenkor teljesül.

Természetesen a súlyozás esetleges megváltozásából adódó kockázat kezelésére ez a módszer nem alkalmas.[6]

[4] Mivel a márka–dollár szabadon lebeg, ezért annak logaritmusát egy egyszerű Brown-mozgással írtuk le, vagyis feltételeztük, hogy nincsen trendje. Az ilyen módon felírt árfolyamváltozás természetesen csak modellezi a tényleges árfolyam-alakulást, hiszen például a forint középárfolyamát naponta csak egyszer állapítják meg, így szigorúan véve nyilván nem jellemezhető Brown-mozgással.

[5] Érdemes észrevenni, hogy ekkor a leértékelés várható mértéke nem egyenlő a hivatalosan meghirdetettel, hiszen $\frac{E(dC)}{C} \neq \mu$. Ezzel – a lognormális eloszlás tulajdonságaiból származó – példával szokás a derivatívokról szóló irodalomban illusztrálni a különbséget a folytonosan számított és a „normális" hozam között. Itt azonban nem egészen ugyanaz a helyzet. Míg a részvényárfolyam jellemzésénél tetszés szerint definiálhatjuk egy részvény hozamát ilyen vagy olyan módon, itt egy explicit definícióról van szó, amely azt sugallja, hogy a várható árfolyamváltozás μ.

[6] Ez a stratégia természetesen nem más, mint a hazai piaci szereplők által is gyakran alkalmazott stratégia, vagyis a kosár tartása. A leírás pontosan arra mutat rá, hogy ennek a stratégiának dinamikusnak kell lennie.

Árfolyammodell

Az árfolyamok (logaritmusának) alakulását leíró modellek általános redukált alakja[7] a következő:

$$s = f^* + \alpha \cdot \frac{E(ds)}{dt} \rightarrow f + c + \alpha \cdot \frac{E(ds)}{dt}$$

$$df = \sigma_1 dB_2.$$

A kifejezés szerint az árfolyam változásának az oka lehet egyrészt a makrogazdasági fundamentálisok változása, másrészt a várakozások megváltozása. A kifejezésben f^* jelöli a (pontosabban nem definiált) fundamentálisok alakulását. Az f^* változó meghatározásával juthatunk egy konkrét árfolyammodellhez. Az α paramétert általában a pénzkereslet kamatlábra vonatkozó (semi)elaszticitásaként szokás értelmezni.

Az első egyenlet második része a fundamentálisokat bontja meg két részre a középárfolyam és a sávon belüli mozgás elemzésének megkönnyítésére. A monetáris politika egyrészt passzív; kimerül abban, hogy meghatározza a leértékelés ütemét és a sáv szélességét, illetve ennek megfelelően mozgatja a fundamentálisokat. Létezik azonban egy aktív rész is, a sávon belül ugyanis szabadon mozogathatók a fundamentálisok az adott szituációnak megfelelően. Ezekre azonban a monetáris politika csak a sáv által adott lehetőségeken belül reagálhat. Ezt a különbségtételt úgy hangsúlyoztuk a modellben, hogy a fundamentálisok mozgásában különválasztottuk a középárfolyam mozgását alátámasztó fundamentális mozgást (c), illetve az egyéb makroökonómiai megfontolások miatti mozgást (f). Továbbá, mivel nem strukturális modellt építettünk, ezért nem térünk ki arra, hogy ezen egyéb makroökonómiai faktorok miért jelentkeznek; egyszerűen feltettük, hogy az ilyen beavatkozások szükségessége Brown-mozgással jellemezhető.[8]

Általános megoldás

A fenti differenciálegyenlet általában vett megoldása a következő:

$$s_t = \frac{1}{\alpha} \cdot \int_T^{\infty} E\big((f_t + c_t)|\xi_T\big) \cdot \exp\left[-\frac{1}{\alpha}(t - T)\right] dt.^{9}$$

Ezt a kifejezést általában nehéz értékelni, mivel a (feltételes) várakozásokat nehéz meghatározni sávos árfolyamrendszer esetén. Szabad lebegtetés esetén azonban
$E(f_t + c_t)\,|\,\xi_T = f_T + c_T + \mu \cdot (t - T)$. Ebből aztán $s_t = f_t + c_t + \mu \cdot \alpha$.[10]

[7] Lásd például *Isard* [1995] 133. o. Ez az általános értékelési forma jelenti tulajdonképpen a makroökonómiai megközelítést az elemzésben. Ennyiben tehát épít a strukturális modellek eredményeire.

[8] Azért van lehetőségünk arra, hogy bizonyos makroökonómiai megfontolásokat modellezzünk. Így például ha a monetáris politikának valamilyen tartós trendje van, akkor a Brown-mozgást kiegészíthetjük egy determinisztikus komponenssel: $df = \beta \cdot dt + \sigma \cdot dB$. Ha a monetáris politika tartósan restrikciós, akkor pedig feltehetjük, hogy valamilyen f^* körül ingadozik a fundamentális, azaz a fundamentálisokat egy Orhstein–Uhlenbeck folyamattal írhatjuk le: $df = \beta \cdot (f - f^*) \cdot dt + \sigma \cdot dB$. A megoldás logikája nem változik, csak a számítás válik kissé bonyolultabbá.

[9] Ez a megoldás kizárja a buborékok létezését.

[10] Ezt egyébként onnan is láthatjuk, hogy szabad lebegtetés esetén $\frac{E[dS]}{dt} = \mu$, amiből rögtön adódik az eredmény. Ebben a felfogásban a c_t nem is annyira a középárfolyamot jelenti, hiszen ennek szabad lebegtetés esetén sok értelme nincs, hanem inkább valamilyen monetáris politikai trendet.

Megoldás sávos lebegtetés esetén

Az Ito-lemma felhasználásával kapjuk, hogy

$$ds = s_c dc + s_f df + \frac{1}{2}s_{cc}(dc)^2 + \frac{1}{2}s_{ff}(df)^2 + \frac{1}{2}s_{cf}dcdf.$$

Feltehetjük, hogy

$$s_c = 1;\ s_{cc} = 0;\ s_{cf} = 0.$$ [11]

Ekkor

$$ds = dc + s_f df + \frac{1}{2}s_{ff}df^2$$

$$E(ds) = \mu dt + \frac{1}{2}s_{ff}\sigma_2^2 dt$$

$$s = f + c + \alpha\mu + \frac{\alpha}{2}s_{ff}\sigma_2^2.$$

Legyen

$$x \equiv s - c \rightarrow x = f + \alpha\mu + \frac{\alpha}{2}\sigma_2^2 x_{ff}.$$

A fenti differenciálegyenlet megoldása a következő alakú:

$$x(f) = f + \alpha\mu + A_1 \exp(\lambda_1 \cdot f) + A_2 \exp(\lambda_2 \cdot f)$$

$$\lambda_{1,2} = \pm\frac{1}{\sigma_2}\sqrt{\frac{2}{\alpha}},$$

ahol a megoldáshoz szükséges peremfeltételek a következők:

$$\bar{f} \geq f \geq \underline{f}$$

$$x(\bar{f}) = \bar{x};\ x(\underline{f}) = \underline{x} \rightarrow \text{„value matching”}$$

$$x'(\bar{f}) = 0;\ x'(\underline{f}) = 0 \rightarrow \text{„smooth pasting”}.$$

A peremfeltételek értelmezése a következő. Az első szerint a devizasáv kijelölése azt jelenti, hogy a fundamentálisok mozgását is korlátozzuk, ha a monetáris hatóság az ön-maga által megállapított sávnak megfelelő monetáris politikát követ.[12] A második feltétel szerint a fundamentális sáv széleinél a devizaárfolyam eléri a számára meghatározott sáv szélét, vagyis a fundamentális sávja a lehető legszélesebb *(value matching)*. A harmadik – *smooth pasting* – feltétel azt jelenti, hogy spekulatív támadás esetén nincs lehetőség arbitrázsra. Nem fordulhat elő ugyanis, hogy az intervenció esetén ugrik az árfolyam, és így a spekulatív támadás utólag igazolja magát.[13]

A smooth pasting feltételt felhasználva meghatározható A_1, A_2:

[11] Ez egy igen lényeges közgazdasági tartalommal bíró feltevés. E szerint ugyanis a középárfolyam megváltozása ugyanekkora változást okoz az árfolyamban is. Másképp fogalmazva: az árfolyam sávbeli helyzete független a középárfolyam mozgásától.

[12] A tanulmányban nem foglalkozunk azzal, hogyan kell megválasztani az optimális sávot. Az elmélet általában a volatilitás csökkenését állítja szembe a sáv hitelességével, ezen két tényező optimális arányaként alakul ki a megfelelő sáv. Lásd például *Isard* [1995] 9. fejezet.

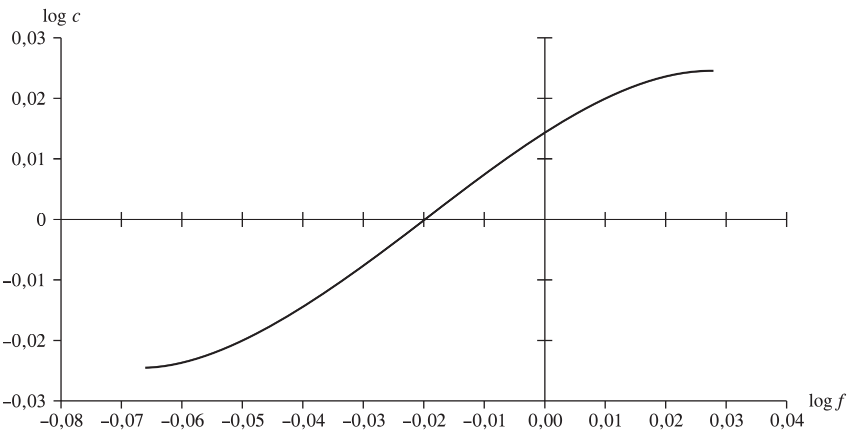
[13] Ebből következően ez a modell racionális várakozásokat tételez fel. A spekulatív támadások és a smooth pasting feltétel összefüggéséről lásd például *Flood–Graber* [1991].

$$A_1 = \frac{1 - \exp\left[\lambda \cdot (\bar{f} - \underline{f})\right]}{\lambda \cdot \left\{\exp\left[\lambda \cdot (2 \cdot \bar{f} - \underline{f})\right] - \exp(\lambda \cdot \underline{f})\right\}}$$

$$A_2 = \frac{\exp(-\lambda \cdot \bar{f})}{\lambda} + A_1 \cdot \exp(2 \cdot \lambda \cdot \bar{f}) = \frac{1 - \exp\left[-\lambda \cdot (\bar{f} - \underline{f})\right]}{\lambda \cdot \left\{\exp(\lambda \cdot \underline{f}) - \exp\left[-\lambda \cdot (2 \cdot \bar{f} - \underline{f})\right]\right\}}.$$

Az árfolyamsáv és a fundamentális sáv közti összhang megteremtését az első egyenlőségek alapján végezhetjük el. A fundamentális és a devizaárfolyam közti összefüggést mutatja be a szakirodalomban sokszor hivatkozott S-alakú görbe, amit a fenti egyenlet ábrázolásával kaphatunk. $[\sigma_2 = 0{,}1, \alpha = 0{,}1, \mu = 0{,}2, \bar{f} = 2{,}6$ százalék, $\underline{f} = -6{,}6$ százalék$]$.

1. ábra



Az *1. ábrán* a vízszintes tengelyen a fundamentális (logaritmusa) alakulása, a függőlegesen az árfolyam (logaritmusa) alakulása szerepel.

Ugyanebben a témában létezik egy másik S-alakú görbe is, amely a várható jövőbeli árfolyamot ábrázolja a jelenlegi árfolyam függvényében. Szabad lebegés esetén a jövőbeli várható árfolyamok megegyeznek a jelenlegi árfolyamokkal.[14] Ha azonban sáv van, akkor az árfolyam mozgását egy csonkolt Brown-mozgás írja le, amelynek a várható értéke viszont nem nulla. Ha az árfolyam a középárfolyam felett van, akkor kisebb, mint a jelenlegi árfolyam, ha alatta van, akkor pedig nagyobb. Ezt az összefüggést mutatja ez az S-alakú görbe. Ennek felismeréséhez nem szükséges a fenti levezetés, mindössze a csonkolt Brown-mozgás által generált eloszlásfüggvényeket kell meghatározni. Természetesen ez a történet most is igaz, csak most a csonkolt Brown-mozgás a fundamentálisokat írja le, és ebből következik az, hogy a jövőbeli várható árfolyam nem egyenlő a jelenlegi árfolyammal.

Az S-alakú görbével kapcsolatosan érdemes kitérni egy másik problémára is. Az opciókkal foglalkozóknak feltűnhet, hogy ez az S-alakú görbe hasonlít egy *long call*, *short*

[14] Szabad lebegtetésen itt azt az esetet értjük, amikor az árfolyam mozgása a $ds = \sigma \cdot dB$ kifejezéssel modellezhető. Ekkor a Brown-mozgás tulajdonságaiból következik, hogy a várható árfolyammozgás nulla, vagyis a jövőben várható árfolyam a mai árfolyam. A szabad lebegtetésbe természetesen azt is megjeleníthetjük, ha a külföldi és belföldi kamatlábak eltérései miatt a várható árfolyam a fedezetlen kamatparitás elmélete szerint nem a jelenlegi árfolyam. Ekkor egyszerűen valamilyen várható növekedési ütemmel kellene kiegészíteni egyenletünket $ds = \mu \cdot dt + \sigma \cdot dB$. Erre az esetre könnyen általánosítható az elemzés.

put és az *underlying*ból álló összetett pozíció értékéhez. Valóban, magát a sávot is tekinthetnénk úgy, mint az államnak egy összetett amerikai opciós pozíció vállalását. Létezik-e valamilyen különbség az amerikai opciók értékelése és a devizasáv elemzése között? Ennek a kérdésnek a megválaszolásához a *smooth pasting* feltételt kell közelebbről megvizsgálni.

Belátható[15] ugyanis, hogy ha a véletlen magyarázó változó mozgása sávos, akkor a magyarázott változó mozgása is sávos. Sőt, ebben az esetben, a sáv szélénél a differenciálhányados nulla, vagyis a *smooth pasting* teljesül. Pontosan emiatt tehettük meg, hogy az árfolyam korlátosságát és a *smooth pasting* feltételt úgy interpretáltuk, hogy a fundamentálisnak is sávosnak kell lennie. Azonban míg a devizasávnál a sáv szélessége expliciten adott, addig az opcióknál nem az. Az amerikai opciók értékelésekor pontosan annak az *underlying* sávnak a meghatározása a legnehezebb, ahol még nem hívjuk le az opciónkat. Ezt előre nem ismerjük [ezért találkozunk az opciók árazásában olyan gyakran a szabad peremfeltétel *(free-boundary)* problémákkal], optimalizálással lehet meghatározni. A devizasáv és az amerikai opciók árazásának a problémája között tehát az elsődleges különbség az, hogy az első esetben meghatározott a sáv, a második esetben maga a sáv is a megoldás része.

Észrevételek

– A fenti kifejezés szerint, ha a (középárfolyamtól eltérő) fundamentális nulla is ($f = 0$), a devizaárfolyam akkor sem esik egybe a középárfolyammal, hiszen

$$x \equiv s - c = \ln\left(\frac{S}{C}\right) = \alpha \cdot \mu + A_1 + A_2 \neq 0\,.$$

– A fundamentálisok változásának sebessége nem ugyanolyan sebességű változást indukál az árfolyam változásában, hanem abszolút értékben kisebbet (*honeymoon effect*). Ezt onnan láthatjuk, hogy egyrészt $A_1 < 0$ és $A_2 > 0$, másrészt

a) ha f a felső korlátjához van közel, akkor az A_1 rész dominál, vagyis $x(f) < f$;

b) ha f az alsó részhez van közel, akkor a A_2 rész dominál, vagyis $x(f) > f$.

– A fundamentálisok változása és az árfolyam változása közti összefüggés nem lineáris. Annál inkább nem lineáris, minél inkább közel vagyunk a sáv széleihez.

– Ha szélesítjük a sávot, akkor a szabad lebegtetés felé tartunk, mert ekkor A_1, $A_2 \to 0$.

– A sáv széleinél ($f \approx \bar{f}$) és ha a ha a sáv széles – $\exp[-\lambda \cdot (\bar{f} - \underline{f})] \approx 0$ –, akkora, sávon belüli rész a következők szerint linearizálható:

$$x(f) \approx f + \alpha \cdot \mu - \frac{1}{\lambda} = f + \alpha \cdot \mu - \frac{1}{\sigma_2}\sqrt{\frac{2}{\alpha}}\,.$$

– Kiemelt jelentőséget szokás tulajdonítani a szimmetrikus sávnak. Ebben az esetben a szimmetria kétféleképpen is megadható. Beszélhetünk a devizaárfolyam sáv szimmetriájáról ($\bar{x} = -\underline{x}$) vagy a fundamentális sáv szimmetriájáról ($\bar{f} = -\underline{f}$). Sajnos, a két eset nem esik egybe. Ha ugyanis a fundamentálisok szimmetrikusak, akkor

$A_1 = -A_2 = \dfrac{1 - \exp(2 \cdot \lambda \cdot \bar{f})}{\lambda \cdot \left[\exp(3 \cdot \lambda \cdot \bar{f}) - \exp(-\lambda \cdot \bar{f})\right]}$. Ebből következően az egyenletünk a következő lesz: $x(f) = f + \alpha \cdot \mu + A \cdot \left[\exp(\lambda \cdot f) - \exp(-\lambda \cdot f)\right]$. Ekkor azonban

$\bar{x} + \underline{x} = \bar{f} + \underline{f} + 2 \cdot \alpha \cdot \mu + A\left[\exp(\lambda \cdot \bar{f}) - \exp(-\lambda \cdot \bar{f}) + \exp(\lambda \cdot \underline{f}) - \exp(-\lambda \cdot \underline{f})\right]$. Felhasz-

[15] Lásd például *Dixit* [1991].

nálva a fundamentálisok szimmetriáját, láthatjuk, hogy $\overline{x} + \underline{x} = 2 \cdot \alpha \cdot \mu \neq 0$, vagyis az árfolyam sávja nem szimmetrikus. Megfordítva a dolgot: a magyar csúszó árfolyamrendszer szimmetriájának fenntartása azt jelenti, hogy a fundamentálisokra megfogalmazott sávnak nem szimmetrikusnak kell lennie.

A devizaárfolyam összetevői

Az árfolyam (logaritmusát) mozgását leíró differenciálegyenlet az Ito-lemma szerint a következő lesz:

$$ds = dc + dx = \left\{ \mu + \frac{\sigma_2^2}{2} \cdot \lambda^2 \left[A_1 \cdot \exp(\lambda \cdot f) + A_2 \cdot \exp(-\lambda \cdot f) \right] \right\} dt + b\sigma_1 dB_1 +$$

$$+ \left\{ 1 + \lambda \cdot \left[A_1 \cdot \exp(\lambda \cdot f) - A_2 \cdot \exp(-\lambda \cdot f) \right] \right\} \cdot \sigma_2 dB_2 .$$

A kifejezésből egyrészt látható, hogy $E(ds)$ valóban nem lineáris és konzisztens a kiinduló differenciálegyenlettel, másrészt az, hogy a devizaárfolyam volatilitása két tagból áll. Az egyik az dollár/márka keresztárfolyam arányos része, a másik a fundamentálisok ingadozásából ered, de *annál kisebb*. Másként fogalmazva: a sávon belüli volatilitás kisebb, mint a fundamentális volatilitása (*honeymoon* hatás).

A fenti differenciálegyenlet hasznos információkat hordozhat mindazoknak, akik valamilyen formában devizaportfóliót kezelnek. Észrevehetjük, hogy a forint (dollárral szembeni) várható árfolyamváltozása nem egyenlő a hivatalosan meghirdetett ütemmel, hanem attól, a sávban való pillanatnyi helyzettől függően, eltér. Az is látható, hogy a forint dollárral szembeni árfolyamkockázata két részből áll. Egyrészt a márka–dollár keresztárfolyam kockázattól függ, másrészt a sávon belüli kockázattól (fundamentális kockázat). A helyzetet bonyolítja, hogy ez utóbbi kockázat nem lineáris (ellentétben az elsővel). Ezért a Black–Scholes-formula (a Garman–Kolhagen-módosítással), amely konstans volatilitást tételez fel, nem igazán alkalmas devizaopciók értékelésére.

Devizaopció értékelésnél természetesen nem kell a makroökonómiai fundamentálisokat tekintenünk az *underlying*nak; vehetjük magát a devizaárfolyamot is. Az előzőekben kifejtettek azonban ekkor is érvényesek maradnak, tehát a devizaárfolyamot két sztochasztikus folyamat összegeként értelmezhetjük. Az első folyamat a középárfolyamot írja le, ennek tulajdonságait és különösen a keresztárfolyamtól való függését az előzőekben már tárgyaltuk. A második folyamat a sávon belüli mozgást jellemezné; ez az előzők szerint egy kontrollált Brown-mozgás lenne.[16]

Ha fel is tételezzük, hogy továbbra használható a kockázatmentes értékelés, a devizaárfolyam (logaritmusának) lejáratkori eloszlása akkor is két eloszlás összege lesz, amelyek közül csak a középárfolyamé lesz normális. A kontrollált Brown-mozgásból származó eloszlás ugyanis vagy egyenletes (ha a determinisztikus rész nulla), vagy pedig csonkolt exponenciális (ha a determinisztikus rész nem nulla). Mivel a lejáratkori várható árfolyamot ezen két valószínűségi változó összege exponenciálisa várható értékeként kapnánk meg (melynek számítása korántsem olyan egyértelmű, mint a Black–Scholes formula esetében, ahol ez egyszerűen egy lognormális eloszlás szerinti várható érték számítását jelenti), ezért ha figyelembe akarjuk venni a sávhatást is, akkor ezt valószínűleg Monte-Carlo eljárásokkal érdemes megtenni.

[16] Ekkor természetesen figyelmen kívül hagyjuk mindazokat a megállapításokat, amelyeket a fundamentális és a devizaárfolyam összefüggésére tettünk.

Kiterjesztések

Az előbbiekben bemutatott modell viszonylag egyszerűen általánosítható. Néhány lehetőséget sorolunk fel a következőkben.

– Feloldhatjuk az intervenció jellegére tett feltevésünket. Ha az intervenció olyan, hogy annak hatása a sáv belsejébe löki vissza az árfolyamot, akkor a *smooth pasting* feltétel helyébe a következő lép: $x(\bar{f}) = x(\hat{f})$, ahol $\bar{x}, \hat{x}$ a sáv szélét és azt a pontot jelölik, ahová az intervenció visszalöki a sáv széléről az árfolyamot. Természetesen hasonló szabály fogalmazható meg az alsó korlátra is. Ekkor az integrációs konstansok számítása megváltozik ugyan, de az egyenlet alakja nem.

– A sáv hitelességét kétféleképpen is kezelhetjük ebben a rendszerben. Egyrészt, mondhatjuk azt, hogy van valamekkora leértékelési kockázat, amely arányos az árfolyam sávbeli helyzetével. Másrészt, úgy is felfoghatjuk a leértékelési kockázatot, hogy ha az árfolyam eléri a sáv alját (tetejét), akkor a monetáris hatóság p valószínűséggel értékeli fel (le) a forintot (és persze $1–p$ valószínűséggel interveniál). Nézzük ennek a két közelítésnek egy-egy interpretációját!

1. A leértékelési kockázat úgy értelmezhető a legkönnyebben, ha a középárfolyam nem az előre bejelentett egyenlet szerint mozog, hanem ehhez még hozzájárul a leértékelés lehetősége. A leértékelés lehetőségét Poisson-folyamattal szokás modellezni. Ez gyakorlatilag azt jelenti, hogy a középárfolyam mozgását leíró differenciálegyenlet a következő lesz: $dc = (\mu - g)dt + b \cdot dS^* + dJ$. E szerint a leértékelési várakozás g, ennek előre ki nem számítható kockázata pedig dJ. A leértékelési kockázat konkrét specifikálásában tetszés szerint definiálhatunk különböző feltételrendszereket. A továbbiakban egy egyszerűbbet vizsgálunk meg.[17]

Tételezzük fel, hogy a Poisson-folyamat paramétereit úgy választjuk meg, hogy a folyamat várható értéke legyen a sávban elfoglalt hellyel lineárisan arányos, azaz $g = a + bx$. Az előző levezetésben használt átalakítások logikáját követve, a megoldandó differenciálegyenlet ebben az esetben $x = \dfrac{1}{1-\alpha \cdot b}\left(f + \alpha \cdot \mu + \dfrac{\alpha}{2}\sigma_2^2 \cdot x_{ff}\right)$. Ennek a megoldásnak a tulajdonságai nem fognak különbözni az előzőekben bemutatott megoldástól, mindössze λ értékét kell máshogyan kiszámolni: $\lambda = \pm\dfrac{1}{\sigma_2}\sqrt{\dfrac{2\cdot(1-\alpha \cdot b)}{\alpha}}$. Ebben az esetben az eddigiekben felsorolt kockázatokon túl nyilván a leértékelés kockázata is megjelenik.

2. A másik említett lehetőség az, ha úgy értelmezzük az intervenciót, hogy a sáv elérésekor a monetáris hatóság p valószínűséggel értékeli le a forintot, és $1 - p$ valószínűséggel diszkrét intervenciót hajt végre. Ekkor a diszkrét intervenciónál már kifejtett logika szerint határozhatjuk meg a *smooth pasting* feltételt helyettesítő peremfeltételeket. A logika annyiban módosul, hogy ha a devizaárfolyam eléri a sáv szélét, akkor értéke megfelel az intervenció/leértéklés hatására kialakuló várható árfolyamnak. Ebből az új feltételből számíthatók a már bemutatott módon az integrációs konstansok.[18]

Érdemes röviden egy másik, a sáv hitelességével kapcsolatos problémára kitérni. Általánosan elfogadott, hogy a sáv tetejének a hitelessége az igazi probléma. A sáv tetejénél a monetáris hatóság ugyanis csak tartalékainak erejéig interveniálhat, ugyanakkor a sáv alján korlátlan intervencióra van lehetőség, hiszen a monetáris hatóság dönt a pénzkibo-

[17] Erről a közelítésről lásd például *Bertola–Svensson* [1993].

[18] Részletesen lásd például: *Bertola–Caballero* [1992].

csátásáról. Ez a vélekedés két dolgot is sugall(hat). Egyrészt azt, hogy spekulációs támadást csak a sáv teteje ellen érdemes indítani, másrészt azt, hogy egy ilyen támadás sikerrel is jár, ha az adott ország tartalékai nem elég nagyok. Ez utóbbi gondolatmenet aztán mindenféle merkantilista gazdaságpolitikára sarkallhatja a döntéshozókat.

Érdemes azonban észrevenni, hogy végül is minden devizát kibocsát valamilyen jegybank. Ha tehát pusztán spekulációs okból (vagyis a fundamentálisok ezt nem indokolják) indul támadás egy ország devizája ellen, akkor a jegybankok könnyen kisegíthetnék egymást. Ebből a szempontból vizsgálva a két sáv védhetőségének a kérdését, az inkább koordinációs problémának tűnik. Míg ugyanis a sáv alját védelmezzük, addig elégséges magunkat meggyőznünk, hogy nincsenek fundamentális okok a támadás mögött, a sáv tetejének védésekor azonban erről egy másik ország monetáris hatóságát is meg kell győznünk. Ugyanakkor az elmúlt időszak tapasztalatai alapján arra is érdemes felfigyelni, hogy ha viszont fundamentális okok miatt indul támadás egy valuta ellen, akkor még a relatíve jelentős tartalék sem tart ki sokáig.

Fenti kérdések az előzőekben ismertetett modellben – bizonyos értelemben – fel sem vetődnek. Mint láttuk vagy látni fogjuk, a devizaárfolyamra feltett sáv valamilyen fundamentális és kamatdifferencia-sávot is von maga után. Azt expliciten nem vizsgáltuk, hogy mi történik, ha ezeket a sávokat a monetáris hatóság nem tartja be. A modell logikája szerint ilyenkor olyan méretű arbitrázs/spekulációs tevékenység kezdődik meg, amely szinte azonnal védhetetlenné teszi a sávot.

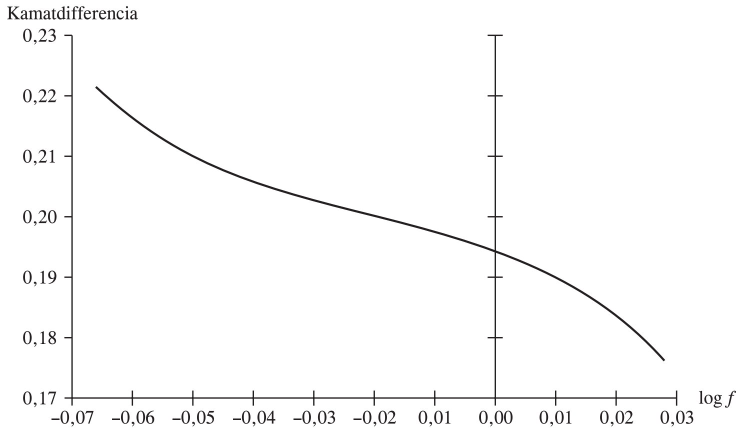
Fenti megfontolások miatt a magyar árfolyamrendszer modellezése esetén a sáv hitelességét megítélésem szerint nem érdemes az árfolyamsávban elfoglalt helyétől függővé tenni. Ez azt jelenti, hogy kizárjuk az olyan önbeteljesülő jóslatokat, amelyek szerint ahogy megközelíti az árfolyam a felső korlátot, úgy válik egyre valószínűbbé a leértékelés, ami aztán még inkább növeli a deviza árfolyamát. Ez a folyamat ahogy elindul, mindenféle fundamentális ok nélkül le is rombolja a sávot. Modellezési szempontból ez azt jelenti, hogy a középárfolyam mozgásában az ugrási folyamat várható értékét nem érdemes az árfolyamsávbeli helyzetétől függővé tenni. Ugyanakkor az ugrás mértékét meghatározó valószínűségi változó különböző típusaival elég széles elemzési lehetőségek vannak.

A kamatdifferencia

A fentiekben kifejtetteket, felhasználva a kamatparitásból származó összefüggést, a hazai és külföldi kamatlábak eltérésére is alkalmazhatjuk. A fedezetlen kamatparitás szerint ugyanis $i - i^* \equiv \delta = \frac{E(ds)}{dt}$. Mivel $\frac{E(ds)}{dt} = \frac{E(dc)}{dt} + \frac{E(dx)}{dt} = \mu_t + \frac{E(dx)}{dt}$, ezért $\mu_t = \delta_t - \frac{E(dx)}{dt}$. Vagyis a középárfolyam várható megváltozása egyenlő a kamatdifferencia és a sávon belüli várható változás különbségével. Ugyanakkor az eddigiekből tudjuk, hogy a sávon belüli várható változás $E(dx) = [A_1 \cdot \exp(\lambda \cdot f) + A_2(-\lambda \cdot f)]$. Ebből következően $\mu^* = \delta_t - \mu - [A_1 \cdot \exp(\lambda \cdot f) + A_2 \cdot \exp(-\lambda \cdot f)]$, ahol μ^* a leértékelés várakozások várható értékét jelenti. A *2. ábra* a kamatdifferencia alakulását mutatja a fundamentális függvényében.

2. ábra

A kamatdifferencia alakulása a fundamentális függvényében



Látható, hogy a fundamentálisra és ezzel együtt a devizaárfolyamra tett sáv azt jelenti, hogy konzisztens gazdaságpolitika esetén a kamatdifferenciának is egy meghatározott sávban kell mozognia. Ha a kamatdifferencia-sáv nem áll fenn, akkor a befektetők adás-vételei lerombolják a sávot. Így például ha a (kockázati prémium figyelembevételével számított) kamatdifferencia nagyobb, mint amennyit a sáv indokol, akkor a külföldi deviza eladásával és a hazai valuta megvásárlásával akkora várható profitra tesznek szert, ami kárpótolja őket a vállalt kockázatért.[19]

A leértékelési kockázat empirikus vizsgálata Magyarországon

1. Az előzőekben megvizsgáltuk, milyen sajátosságai vannak a magyar árfolyamrendszernek, ahol külön figyelmet szenteltünk a jegybank által karbantartott sáv hatásának. Az árfolyam (logaritmusát) kettéosztottuk középárfolyamra és a sávon belüli helyzetre. Megállapítottuk, hogy az árfolyam logaritmusának mozgását az alábbi sztochasztikus differenciálegyenlet írja le:

$$ds = dc + dx = \left\{\mu + \frac{\sigma_2^2}{2} \cdot \lambda^2 \left[A_1 \cdot \exp(\lambda \cdot f) + A_2 \cdot \exp(-\lambda \cdot f)\right]\right\} dt + b\sigma_1 dB_1 +$$

$$+ \left\{1 + \lambda \cdot \left[A_1 \cdot \exp(\lambda \cdot f) - A_2 \cdot \exp(-\lambda \cdot f)\right]\right\} \cdot \sigma_2 dB_2,\,^{20}$$

ahol λ, A, σ, b paraméterek, f pedig közelebbről meg nem határozott fundamentális(ok).

A fentiekből következően a várható árfolyamváltozás a következőképpen írható:

$$E(ds) = \left\{\mu + \frac{\sigma_2^2}{2} \cdot \lambda^2 \left[A_1 \cdot \exp(\lambda \cdot f) + A_2 \cdot \exp(-\lambda \cdot f)\right]\right\} dt.$$

[19] Ebben az esetben nyilván a sáv alja kerül nyomás alá. Ez jó példa arra a szituációra, amikor a monetáris hatóság az inkonzisztens politika ellenére is védheti (ideig-óráig) a sáv alját, hiszen a hazai fizetőeszközt ő bocsátja ki. Ellenkező esetben a külföldi jegybank nyilván nem szívesen járulna hozzá, hogy költségére történjen az arbitrázstevékenység.

[20] Az előzőekben láttuk, hogy az innovációs rész összetettebb is lehet; magában foglalhat mindenféle ugrásos folyamatot is.

A zárójeles kifejezés első része fejezi ki a leértékelési ütem várható alakulását, a második rész pedig a sávon belüli várható elmozdulást. Ez utóbbit, felhasználva a sávon belüli helyzet meghatározását, a következőképpen írhatjuk:

$$E(dx) = \left\{ \frac{\sigma_2^2}{2} \cdot \lambda^2 \left[A_1 \cdot \exp(\lambda \cdot f) + A_2 \cdot \exp(-\lambda \cdot f) \right] \right\} dt =$$
$$= \frac{\lambda^2 \cdot \sigma^2}{2} \cdot (x - f - \alpha \cdot \mu),$$

hiszen

$$x = f + \alpha \cdot \mu + A_1 \cdot \exp(\lambda \cdot f) + A_2 \cdot \exp(-\lambda \cdot f)$$

Sajnos, x és f között a kapcsolat nem lineáris. Feltehetjük azonban,[21] hogy a linearizálással nem vétünk túl nagy hibát. Ekkor viszont a sávon belüli várható változás lineáris függvénye lesz a sávon belüli helyzetnek; $E(dx) = a + b \cdot x$.

2. Ugyanakkor azt is megmutattuk, hogy a fedezetlen kamatparitás[22] szerint

$\delta = \mu + \frac{E(dx)}{dt} \to \mu = \delta - \frac{E(dx)}{dt}$, ahol δ a (folytonosan számított) kamatkülönbözet. Bontsuk két részre μ-t; a középárfolyamnak van egyrészt egy hivatalosan meghirdetett változási üteme, másrészt a piacnak van ezt módosító leértékelési várakozása is. Legyen μ_o a hivatalos leértékelési ütem, μ_x pedig a piac leértékelési változása! Nyilván $\mu_o + \mu_x = \mu$. Az előzőek szerint ez azt jelenti, hogy a piac leértékelési várakozásai a következőképpen számíthatók: $\mu_x = \delta - \mu_o - \frac{E(dx)}{dt}$. Ezt, figyelembe véve a linearizálást, a következőképpen becsülhetjük: $\mu_x = \delta - \mu_o - \frac{(a + b \cdot x)}{\Delta t}$.

3. A bemutatott árfolyammodellhez kapcsolódó empirikus vizsgálatok alapvetően két csoportba oszthatók. Egyrészt tesztelhetjük magát a modellt. Erre számos lehetőségünk van. Legegyszerűbb lehetőség például annak vizsgálata, hogy a sávon belüli helyzet, a belföldi és a külföldi kamatláb valóban képes-e érdemben magyarázni, de vizsgálhatjuk a *honeymoon* hatást, vagy a sáv széli nem linearitást. E tesztek eredményei nem teljesen egyértelműek, de legalábbis nem lehet egyértelműen elvetni a modellt.

Másik lehetőség az, hogy a $\mu_x = \delta - \mu_o - \frac{(a + b \cdot x)}{\Delta t}$ egyenletet felhasználva megvizsgáljuk, hogyan alakultak a piacon, leértékelési várakozások. Ennek segítségével próbálunk aztán a monetáris politika, azon belül az árfolyam-politika hihetőségére következtetni.

Először is meg kell határoznunk a sávon belüli várható elmozdulást. Ezt a következő egyenlet segítségével becsülhetjük: $\Delta x_t = a + b \cdot x_{t-1}$. Ennek a regressziós egyenletnek a statisztikáját foglalja össze az *1. táblázat*.

Bár a kapcsolat szorosságát mérő statisztika nem túl magas, a magyarázó változók határozottan szignifikánsak. Az előzőek szerint az ilyen módon becsült várható leértékelési ütemmel határozhatjuk meg aztán a „hivataloson túli” leértékelési várakozásokat. Ezek időbeli alakulását mutatja a *3. ábra*. Az ábráról szabad szemmel is látható, hogy

[21] Lásd *Svennson* [1991].

[22] Lényegesen nem változik a helyzet, ha valamilyen kockázati prémium létezését is megengedjük. A piaci kockázat különböző tárgyalásainál ugyanis a kockázati prémium lineáris függvénye a kockázatnak.

1. táblázat
Regressziós statisztika*

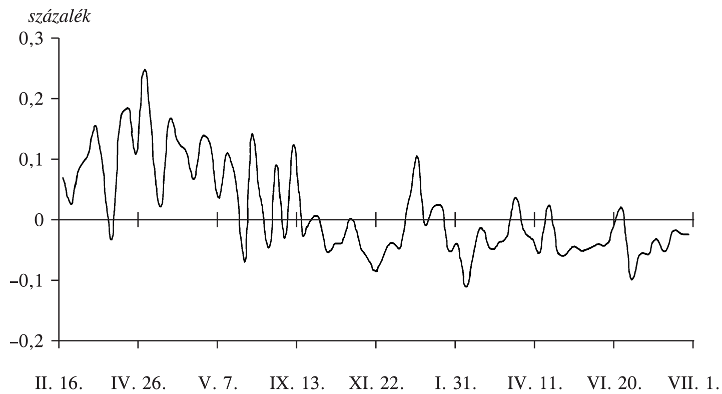
Változó	Koefficiens	Standard hiba	t-statisztika	Valószinűség
C	–0,011376	0,002159	–5,269106	0,0000
x_{t-1}	–0,549202	0,103965	–5,282557	0,0000

R^2	0,271175
Kiigazított R^2	0,261458
Log likelihood	360,2277
Durbin–Watson statisztika	2,245705
F–statisztika	27,90541
Prob(F-statisztika)	0,000001

*1996. feburár 2.–1997. január 8.

legalább két szakasz lehet elkülöníteni az árfolyam-politika hitelességében. Az első 1996 szeptemberéig tart, a második 1997 júliusig. A *3. ábra* szerint az első periódusban leértékelési várakozások voltak a meghatározók, a másodikat viszont már a felértékelési várakozások jellemzik.

3. ábra
Leértékelési várokozások (1996. feburár–1997. augusztus)



Összefoglalás

Cikkünkben megvizsgáltuk, hogy milyen modellel lehet megragadni a sávos árfolyam tulajdonságait. Megmutattuk, hogy a sáv esetén a konzisztens monetáris politikának egyidejűleg mind a makrogazdasági fundamentálisokra, mind a kamatdifferenciára korlátokat kell megfogalmaznia. A magyar csúszós-sávos árfolyamrendszer vizsgálatában különválasztottuk a középárfolyam kockázatát a sávon belüli kockázattól. Megvizsgáltuk mindkét kockázat természetét; a középárfolyam-kockázat kezelésére a fedezeti ügyletek egy típusát is meghatároztuk. Elemeztük a sávon belüli mozgást. Megállapítottuk, hogy a várható árfolyamváltozás nem lineáris módon függ az árfolyam sávbeli helyétől. Általánosítottuk modellünket, hogy figyelembe vehessük a leértékelés kockázatát, és megmutattuk, hogy ez milyen összefüggésben van a kamatdifferenciával. Ezzel lehetőség nyílt arra, hogy a kamatdifferencia segítségével becsüljük a leértékelési várakozásokat.

Függelék

Érdemes megvizsgálni, hogy a fenti kifejezések hogyan módosulnak, ha a fundamentálisok mozgását összetettebb folyamattal jellemezzük. Ha feltesszük, hogy a monetáris politikának van valamilyen hosszú távú trendje, akkor ennek jellemzésére az Ornstein–Uhlenbeck folyamat lehet alkalmas.[23] Ekkor a fundamentális mozgását leíró egyenlet a következő: $df = \beta(f - f^{\bullet}) \cdot dt + \sigma \cdot dB_t$, ahol f^* a monetáris politika centruma, β pedig az alkalmazkodás sebessége.

Az előző gondolatmenetet követve megmutatható, hogy a megoldás alakja most is ugyanolyan: $x(f) = f + \lambda \cdot \mu + A_1 \cdot \exp(\lambda_1 \cdot f) + A_2 \cdot \exp(\lambda_2 \cdot f)$, ahol $\lambda_{1,2} = -\dfrac{\beta \cdot (f - f^{\bullet})}{\sigma^2} \pm \sqrt{\dfrac{2}{\alpha \cdot \sigma^2} + \left(\dfrac{\beta \cdot (f - f^{\bullet})}{\sigma^2}\right)^2}$. Az integrációs konstansok számítása ennek megfelelően szintén változik:

$$A_1 = \frac{1 - \exp\left[\lambda_2 \cdot (\underline{f} - \bar{f})\right]}{\lambda_1 \cdot \left\{\exp(\lambda_1 \cdot \bar{f}) \cdot \exp\left[\lambda_2 \cdot (\underline{f} - \bar{f})\right] - \exp(\lambda_1 \cdot \underline{f})\right\}}$$

$$A_2 = -\frac{1 + \lambda_1 \cdot A_1 \cdot \exp(\lambda_1 \cdot \bar{f})}{\lambda_2 \cdot \exp(\lambda_2 \cdot \bar{f})}$$

Látható, hogy ha $\beta = 0$, akkor a fenti kifejezések pontosan megegyeznek az előbb levezetettekkel.

Hivatkozások

Bertola, G.–Caballero, R. J. [1992]: Target Zones and Realignments. The American Economic Review, június, 520–536. o.

Bertola, G.–Svensson, L. O. [1993]: Stochastic Devaluation Risk and the Empirical Fit of Target-Zone Models. Review of Economic Studies, 689–712. o.

Dixit, A. [1991]: A Simplified Treatment of the Theory of Optimal Regulation of Brownian Motion. Journal of Economic Dynamics and Control, 657–673. o.

Flood, R. P.– Graber P. M. [1991]: The Linkage Between Speculative Attack and Target Zone Models of Exchange Rates. The Quarterly Journal of Economics, november, 1367–1371. o.

Isard, P. [1995]: Exchange Rate Economic. Cambridge University Press.

Karatzas, I.– Shreve, S. [1998]: Brownian Motion and Stochastic Calculus, Springer.

Krugman, P. R. [1991]: Target Zones and Exchange Rate Dynamics. The Quarterly Journal of Economics, augusztus, 671–682. o.

Svennson, L. [1991]: The term structure of interest rate differentials in a target zone, Theory and Swedish data, Journal of Monetary Economics.

[23] Például a magyar árfolyam-politika jellemezhető lenne egy olyan csonkolt Ornstein–Uhlenbeck folyamattal, ahol a fundamentálisok centruma kívülesik a fundamentálisokra adódó sávon.