

Egyes háttérváltozók szerepe „szokatlan” matematikai szöveges feladatok megoldásában

Írásunk egy empirikus kutatásra összpontosít, amelynek témája a realiztikus megfontolások, illetve metakognitív attitűdök szerepe azokban a mentális folyamatokban, amelyek a matematikai szöveges feladatok iskolai környezetben történő megoldását kísérik. A kutatás célja az volt, hogy további részleteket tárjon fel a jelenségről, elsősorban különféle háttérváltozók (nem, kor, családi-kulturális háttér, matematikai attitűd) által alkotott részmintákon, a matematikai tudásszintmérő teszt eredményével összehasonlítva.

A matematikai szöveges feladatok megoldását kísérő mentális folyamatok működésére fókuszáló kutatások messzire nyúlnak vissza. Pólya György, a kiváló magyar matematikus és pedagógus 1962-ben a matematikai szöveges feladatok megoldását vizsgálva a következőket fogalmazta meg: „A szöveges feladatok egyenletekkel történő megoldása közben a diákoknak a valós szituációt a matematika nyelvére kell lefordítaniuk. Mindez lehetőséget ad arra, hogy a diákok megtapasztalják a matematikai fogalmak és a valós dolgok között húzódó kapcsolatokat. De az így kapott kapcsolatokkal óvatosan kell bánni.” (Pólya, 1962)

A kilencvenes években sokasodtak meg azok a kutatások, melyek középpontjában annak vizsgálata állt, hogy a diákok iskolai környezetben matematikai szöveges feladatok megoldásakor mennyire és miként alkalmazzák (illetve hanyagolják el) a valós világról szerzett ismereteiket, tapasztalataikat. Rövid időn belül egyre több szakember kezdett a jelenség vizsgálatával foglalkozni, mivel az első eredmények meglepőek és további kutatásokra inspirálóak voltak.

Az eltelt több mint tíz év alatt számos kutatás szolgált bőséges bizonyítékokkal afelől, hogy a diákok iskolai környezetben matematikai szöveges feladatok megoldása közben tendenciaszerűen elhanyagolják a valóság-közeli megfontolásokat és probléma-megoldásukból kizárják a valós világról szerzett ismereteiket, tapasztalataikat. Sőt, az tapasztalható, hogy a józan ésszel való gondolkodást, a realiztikus megfontolásokat a diákok egy átlagos szöveges feladat megoldásában inkább értelmetlennek vélik, mint hasznosnak.

A téma népszerűsége feltehetőleg annak a disszonanciának is tulajdonítható, amely – a kutatások szerint – a matematikaoktatás célkitűzései és a matematikaoktatás eredményei között fennáll. Az iskolai matematika tantárgy egyik legfontosabb, nemzetközi és hazai fórumokon egyaránt deklarált szerepe, hogy felkészítse a diákokat az életben való eligazodásra életszerű problémák megismerésével és azok megoldásának begyakorlásával. „Alapvető célunk a megértésen alapuló gondolkodás fejlesztése, a valóságos szituációk és a matematikai modellek közötti kétirányú út megismertetése, és azok használatának fokozatos kialakítása” – olvashatjuk a Nemzeti Alaptantervben. (MAT, 1995) Ezzel

egybevág az a megállapítás is, miszerint „a modern matematikaoktatás fő célkitűzése, hogy felkészítse az embereket az úgynevezett való életből vett feladatok megoldására”. (Wynndham és Säljö, 1997)

Verschaffel, De Corte és Lasure tíz párból álló feladatsora

Épp tíz éve annak, hogy egy jelentős nemzetközi szaklapban a Leuven-i Katolikus Egyetem (Belgium) három kutatója (Verschaffel, De Corte és S. Lasure, 1994) publikációt jelentetett meg „A realiztikus megfontolások szerepe az iskolai szöveges feladatok megoldásában” (1) címmel. A cikkben bemutatott kutatás több szempontból igen jelentősnek mondható. A vizsgálat célja az volt, hogy az addig oly sokszor emlegetett problémát, miszerint a diákok a szöveges feladatok megoldásakor mellőzik a valós világ szabályszerűségeit, tudományosan elfogadható vizsgálat tárgyává tegyék, s az addig sok esetben tudományos szempontból elégtelen és anekdotikus véleményeket empirikus bizonyítékokon nyugvó tényekkel váltsák fel.

E célból a belga kutatók egy 10 feladatpárból álló tesztet készítettek. A párok egy standard feladtból és egy becsapós, szokatlan, ezáltal a valós világgal összevetést igénylő problémából álltak. A standard feladatok egy vagy esetenként több aritmetikai művelet egymás utáni alkalmazásával könnyen megoldhatók voltak, míg a becsapós feladatok megoldását kísérő matematikai modellezés problémákat rejtett, legalábbis annak, aki azokat a valós világgal kapcsolatos információkat, melyeket a feladatok szövege tartalmazott, komolyan számításba vette. Bonyolult kódolási rendszer alapján a szokatlan problémákra adott realiztikus reakciókat mérték. A kutatás egyik legfőbb jelentősége e 20 feladat publikálása, bevezetése a szakmai köztudatba. A megjelenése után számos országban került sor a teszt használatára. A nemzetközi összehasonlításokat lehetővé tevő felmérésekben többek közt svájci, belga, ír, kanadai, japán és magyar gyerekek szerepeltek.

A teszt magyar reprodukciójáról Csikos Csaba számol be (Csikos, 2003), aki 2003-ban egy 260 tanulóiból álló mintán használta a nemzetközileg elfogadott mérőeszköz magyar változatát. A hazai kutatási eredmények beleesnek a korábban elvégzett külföldi vizsgálatok által kijelölt intervallumba, ami számszerűen azt jelenti, hogy a tíz párhuzamos feladatra adott realiztikus válaszok átlaga 18,1 százalék, míg ugyanez az érték a Verschaffel és mtsai. (1994) által vezetett kutatásban 16,3 százalék.

E nemzetközi kutatások együtt véve széleskörűnek és reprezentatívnak mondhatók, az eredmények pedig egybehangzóak ahhoz, hogy a tézist, miszerint a diákok matematikai szöveges feladatok megoldása közben gyakran figyelmen kívül hagyják a realiztikus megfontolásokat, illetve a valós világgal kapcsolatos ismereteket, bizonyítottnak és elfogadottnak tekintsük.

Reusser és Stebler kutatássorozata

A tétel empirikus adatokkal való bizonyítása után a későbbi kutatások – mint ahogy azt Verschaffel és mtsai. (1994) előirányzott kutatási célkitűzésésként meg is fogalmazták – a jelenség mélyén húzódó mozzatörugók, részletek feltárására összpontosítottak.

A jelenség elemzésének kutatásában jelentős lépés a Reusser és Stebler (1997) által publikált, svájci szakemberek által végzett kutatássorozat. Céljük a már megfigyelt és bizonyított, nem realiztikus megfontolások és a valós világ kizárására vonatkozó tanulói tendenciák mélyén húzódó előítéletek, meggyőződések megismerése, vagyis az osztálytermi környezetben történő problémamegoldás jellegzetességeinek, szabályainak feltérképezése volt. Reusser és Stebler (1997) kísérletsorozatának első kísérlete Verschaffel és mtsai. 10 feladatpárjára épült, kiegészítve a tesztlap alján elhelyezett, a feladatok nehézségéről, megoldhatóságáról érdeklődő kérdéssorral. A kísérletet beszélgetés követte,

melynek témája két kérdés körül mozgott. Az egyik: vajon mi annak az oka, hogy a diákok megoldás közben bele sem gondoltak abba, hogy a feladatok esetleg nem megoldhatóak. A másik: vajon hogyan történhet az, hogy – mint utóbb kiderült – sok diák észrevette a nehézségeket, mégsem foglalkozott velük. A diákok részéről ezek és ezekhez hasonló vélekedések hangzottak el:

- „Azt gondoltam, hogy ez egy számolási feladat. Annak pedig mindenképpen kell, hogy legyen megoldása.”
- „Soha nem futott még át az agyamon annak a gondolata, hogy megkérdőjelezzem egy feladat megoldhatóságát.”
- „Mi ezelőtt soha nem oldottunk meg ilyen fajta feladatokat.”
- „Észrevettem, hogy nem stimmel valami, de hát mégis csak meg kellett oldanom a feladatot. A matek könyvünkben nincsenek ilyen feladatok.”

A kísérlet eredményeként a kutatók a valós világ kizárására vonatkozó tendenciák mélyén húzódó előítéletek, meggyőződések *Nagy József* (2000) kifejezésével: metakognitív attitűdök, egy – általában nem tudatosan működő – szabályrendszerben foglalták össze. Ezekből a szabályokból közöljük most azokat, amelyeknek tanulmányunk empirikus eredményeinek értelmezésekor magyarázó erejük volt:

- ne kérdezd meg, hogy vajon korrekt-e egy feladat, vagy nincs-e adathiány;
- fogadjuk el, hogy minden problémának van „helyes” megoldása;
- használd fel a feladat minden számadatát az eredmény kiszámolásához;
- ha úgy tűnik, hogy egy probléma nem eléggé egyértelmű, vagy nem megoldható, keress valami nyilvánvaló értelmezést a feladat szövege nyomán, illetve a matematikai műveletekre vonatkozó tudásod felhasználásával;
- ha nem érted a problémát, keress kulcsszavakat, vagy korábban már megoldott feladatokat, hogy meghatározd, milyen műveletet kell végezni.

Reusser és Stebler tanulmányában felismerhető – bár az előzőekhez hasonló explicit módon nem jelenik meg – még egy szabály:

- ez egy matek órai matek feladat, aminek a valósághoz nincs semmi köze.

A kutatócsoport további kísérletei is a Verschaffel és mtsai. (1994) által kidolgozott feladatsoron alapulnak. Egy 439 fős mintán vizsgálták azt, hogy két fontos tényező, az iskolatípus és a feladat kitűzésének módja hogyan befolyásolja a realiztikus válaszok arányát.

E célból a kísérletben résztvevő osztályokat – és így az osztályokban tanuló diákokat – az iskolatípus szerint három csoportba sorolták: alapszint (Realschule), középhasaladó (Sekundarschule), haladó (Gymnasium).

A feladat-megoldási kontextust változtatva háromféle tesztet készítettek:

- teljes mértékben megegyező a Verschaffel és mtsai féle eredeti feladatokat tartalmazó teszttel;
- a kutatássorozat első vizsgálatában szereplő mérőeszközöket alkalmazó teszt, azaz a feladatsor után pár kérdésben a példák minőségét (érthetőség, megoldhatóság) kellett a diákoknak értékelniük;
- vastag betűs figyelmeztetés állt a feladatsor előtt: „Légy figyelmes! Az alábbi feladatokból néhány nem is annyira könnyű, mint amilyennek látszik. Még az is előfordulhat, hogy bizonyos feladatoknak a megoldhatósága is kérdéses.”

Az eredményeket vizsgálva az állapítható meg, hogy a realiztikus reakciók száma szignifikáns kapcsolatot mutat az iskolai szinttel, vagyis „elitebb” iskolába járó diákok várhatóan kevésbé zárják ki a valóság alkalmazását matematikai problémák megoldásánál, illetve kevésbé jellemző rájuk az a meggyőződés, miszerint minden matematikai feladatnak biztosan van megoldása. Ez a kapcsolat magyarázható a feltételezhetően erősebb

általános értelmi képességekkel, a jobb szövegértéssel, pontosabb problémalátással, és esetleg azzal az öntudatos bátorsággal, amely így írható le: „én egy jó iskola okos diákja vagyok”.

Ugyanez nem mondható el a feladatokat kísérő utasítások, kommentárok hatását mérő faktorról. Ez esetben egyáltalán nem mutatható ki kapcsolat a realiztikus reakciók számával. Azt mondhatjuk, hogy a matematikai feladatok megoldásakor a valóságban megismert dolgok figyelmen kívül hagyása olyan erős tendencia, amely ellenáll a tesztalapon szereplő bármiféle figyelemfelkeltő szöveg „súgó” hatásának. További kísérletekből kiderült, hogy a szóbeli figyelmeztetés sem eredményesebb. (*Verschaffel, Greer és De Corte, 2000*)

Reusser és Stebler (1997) kutatássorozatának utolsó kísérlete azt vizsgálta, hogy kimutatható-e kapcsolat a realiztikus reakciók és a diákoknak a megoldhatatlan vagy rosszul meghatározott, információhiányos feladatok terén szerzett tapasztalataik között. E tekintetben szignifikánsan pozitív és erős összefüggést találtak. Tehát azok a tanulók, akik osztálytermi környezetben már találtak nem megoldható vagy hiányos matematikai feladattal, nagy valószínűséggel jobban tudják alkalmazni a valós világ szabályait és jelzik a feladatban rejlő problémákat, a feladat megoldhatatlanságát.

A tapasztalatok a fejlesztés irányát abban jelölik meg, hogy ha a matematika oktatás meg akar felelni deklarált céljának, az életre való felkészítésnek, akkor annak szükséges és hatásos eszköze az, ha a matematika órán helyet kapnak a valós világból kiemelt, sok esetben rosszul, hiányosan meghatározott vagy esetleg túl sok információt tartalmazó feladatok és a megoldhatatlan problémák is.

A minta bemutatása

A vizsgálatot egy 126 fős mintán, egy vidéki (29 fő) és egy fővárosi (36 fő) általános iskolában, valamint egy kisvárosi hat osztályos gimnáziumban (61 fő) végeztem el 7. osztályosok körében. Mindhárom helyen két párhuzamos 7. osztály működik, tehát hat osztály vett részt a felmérésben.

A minta összetételéről a háttérváltozók vizsgálatával szerezhetünk információkat. Az alábbiakban néhány jellegzetes, a minta megismerése szempontjából érdekes, informatív háttérváltozó szerepét elemzem. A változókat három kategóriába csoportosítottam: általános jellemzők, családi-kulturális háttér, matematikai attitűd.

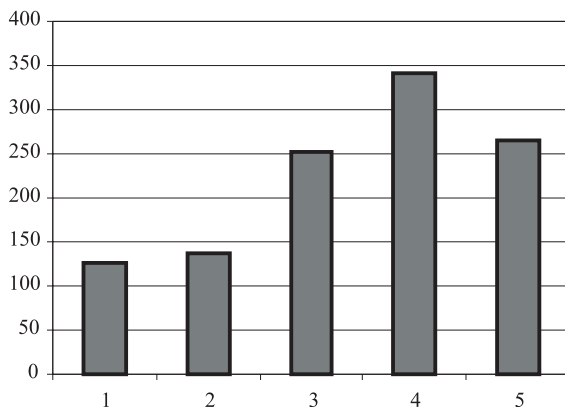
Az általános jellemzőket tekintve a nemek szerint a mintát kiegyensúlyozottnak mondhatjuk (66 fiú, 60 lány). A diákok túlnyomó többsége (96 százalék) a vizsgálni kívánt 13–14 éves korosztályba tartozik.

A családi-kulturális háttér egyik legjellemzőbb mutatója a szülők iskolai végzettsége, amely a jelen esetben 65 százalékban felsőfokú. Ezzel egybevágh az, hogy a szülők körében a legnézettebb TV-műsor a hírek és legkevésbé a valóságshowkat szeretik. A gyermekek több mint 70 százaléka olyan környezetben nevelkedik, ahol 10 polcnyinál több könyv található, és 80 százalék fölötti az olyan tanulók száma, akik rendszeresen, évente több alkalommal járnak színházba. Ezekből az adatokból arra következtethetünk, hogy a mintában szereplő diákokra a magas szellemi szintű, értelmiségi családi háttér a jellemző.

A realiztikus reakciók száma szignifikáns kapcsolatot mutat az iskolai szinttel, vagyis „elitebb” iskolába járó diákok várhatóan kevésbé zárják ki a valóság alkalmazását matematikai problémák megoldásánál, illetve kevésbé jellemző rájuk az a meggyőződés, miszerint minden matematikai feladatnak biztosan van megoldása. Ez a kapcsolat magyarázható a feltételezhetően erősebb általános értelmi képességekkel, a jobb szövegértéssel, pontosabb problémalátással, és esetleg azzal az öntudatos bátorsággal, amely így írható le: „én egy jó iskola okos diákja vagyok”.

A háttérváltozók egy csoportja a diákok matematika tantárgyhoz való viszonyának felmérését szolgálta. A diákokat arra kértem, hogy ötös skálán értékeljék azt, hogy mennyire értenek egyet az állítással (például: matek órán mindig figyelek; szeretem a matekot; az állítások teljes listáját lásd később). A változókat vizsgálva azt mondhatjuk, hogy a gyerekeknek általában pozitív a matematikához való hozzáállása, nyitottak a matematika iránt. A tanulók többsége majdnem minden állítással 4-es, 5-ös szinten egyetért. A kivételt a tananyagon kívüli matematikával való foglalkozás adja, melynek skálája – érthető módon – eltér a többitől, hiszen a korrepetálást igénylőket és a tananyagon felül érdeklődőket összemosza.

Az 1. ábra a minta összesített matematikai attitűd-értékét mutatja be, azaz a hat ilyen témájú kérdésben a diákok által adott „osztályzatok” gyakoriságát. A vízszintes tengelyen az „osztályzatok”, a függőleges tengelyen pedig a gyakoriságok jelennek meg.



1. ábra. Az összesített matematikai attitűd hisztogramja

Érdekes eredmény, hogy a „kedvenc tananyag” listán a geometria nagy előnnyel nyert. A válaszoló diákok 33 százaléka a geometriai témaköröket szereti a legjobban. A második legtöbb szavazatot a függvények témaköre kapta 12,2 százalékkal. A kedveltségi listát a szöveges feladatok zárják 0,8 százalékkal.

A háttérváltozók általános vizsgálata után megállapítható, hogy a minta nem reprezentatív, összetétele több szempontból nem felel meg az országos átlagnak.

A mérőeszközök bemutatása

A vizsgálat céljából három mérőeszközt készítettem (Kérdőív, Matematikai tudásszintmérő, Szöveges feladatok).

A Kérdőív a háttérváltozók feltérképezésére hivatott. A változóit három nagy csoportra bonthatjuk. Az első egység a diák családi, szociális és kulturális háttéréről kívánt információkat gyűjteni, a második – az elsőhöz szorosan kapcsolódó – a gyermek értékrendjét vizsgálta, a harmadik rész kérdései a diákoknak a matematikával, matematikaórával kapcsolatos attitűdjét mérte fel.

A Matematikai tudásszintmérő 9 feladatból állt, összesen 30 itemből. Ez a mérőeszköz egy – a 6., illetve a 7. osztályos tananyagot felölelő – hagyományos feladatsor. Tudásanyagában a NAT-hoz, valamint a különböző 7. osztályosoknak szóló tankönyvek szintjéhez illeszkedik.

A feladatok megoldásához a következő tudásanyag, valamint jártasságok szükségesek: alapműveletek törtekkel és negatív számokkal, a hatványozás azonosságai, a legnagyobb

közös osztó meghatározása, 4-gyel való oszthatóság megállapítása, százalékszámítás, egyenletrendezés, egyenlőtlenség megoldása, grafikon-értelmezés, a függvény definíciója, egy alakzat tükrötengelyeinek megállapítása, egy alakzat középpontos tükrözése.

A teszt reliabilitása (Cronbach- α mutatója) 0,88. Ez eleget tesz a tudásszintmérő tesztekkel szemben támasztott követelményeknek. Feltételezhető a mérőeszköz jó validitása, mert tartalmában a NAT-ot és több szakmailag elismert tankönyv feladatait követi.

A Szöveges feladatok teszt adja a kutatás lényegét, hiszen a vizsgálat tárgya ezzel a mérőeszközzel mérhető. A teszt négy feladatot tartalmaz, melyek az alábbiak:

Fordított kulcsszavas

A Mamut Moziban a „Gyűrűk ura – A király visszatér” című filmre egy jegy 1290 Ft-ba kerül. A Corvin mozi jegyáránál ez 200 Ft-tal több. Ha hárman megyünk a Corvinba, a hármunk jegye összesen mennyibe kerül?

A feladat megfogalmazásában a „több-kevesebb” kulcsszavak fordítva szerepelnek a feladat valóságához képest. Tehát a „több” kulcsszónál „-” jelet, a „kevesebb”-nél pedig „+” jelet kell írni a feladat matematikára fordítása közben.

Az ilyen típusú feladatok megoldását vizsgálva R. Mayer és M. Hegarty (1998) azt állapította meg, hogy azok a tanulók, akik a probléma-reprezentációs megoldási utat követik, azaz akik a problémában leírt szituáció megértésére, majd annak modellezésére törekednek, nagy eséllyel helyes választ adnak. A sikertelen problémamegoldók általában a közvetlen translációs problémamegoldási eljárást használják, ami azt jelenti, hogy a számok és a kulcsszavak alapján aritmetikai műveleteket hajtanak végre.

Realisztikus

450 katonát kell buszokkal a gyakorlótérre szállítani. Egy katonai busz 36 katonát tud szállítani. Hány buszra van szükség?

A feladat lényege, hogy a kapott végeredményt a valósággal össze kell vetni. A feladat végeredménye – valósággal való összevetés nélkül – az, hogy 12,5 db busz kell a katonák elszállítására.

Ez a példa a 20 kérdéses nemzetközi felmérés magyar adaptációjából való. (Verschaffel, De Corte és Lasure, 1994; Csikos, 2003) Verschaffel által mért realisztikus reakciók aránya 49 százalék. A Csikos Csaba kutatásában résztvevő magyar diákok erre a feladatra 36 százalékban adtak realisztikus választ.

Adathiányos

Egy közepes méretű fenyőfa kivágása után a favágók a fenyőfát 12 db 5 m hosszú és 20 db 3 m hosszú deszkákká aprítják, majd a deszkákat egy teherautóra rakják. Ha a teherautó rakomány nélkül 1,5 tonna, akkor mennyit nyom a felpakolt deszkákkal együtt?

Ez a szöveges probléma a klasszikus „Hány éves a kapitány?” struktúrát követi, azaz sok adat után olyasmit kérdez, ami a feladat alapján nem határozható meg egyértelműen.

Ellentmondásos

Gergő édesapjától és édesanyjától is kap zsebpénzt. Apukájától 500 Ft-tal többet kap, mint anyukájától. Miután mindkettőjüktől megkapta a pénzt, másnap a felén új lemezeket vásárolt. Így pont ugyanannyi pénze maradt, mint amennyit anyukájától kapott. Hány forintot kapott az édesanyjától?

Egy olyan szöveges feladatról van szó, amely ellentmondásos. Ez a szövegeből nem egyértelműen derül ki, de matematikai modellezése során elkerülhetetlen a szembesülés.

A feladatok szövegezésében, témájában szempont volt, hogy azok gyakorlati, érthető, a valóságból kiemelt problémákat írjanak le, valamint az, hogy a feladatok könnyűek legyenek, hogy ne a feladatban rejlő matematikai nehézségektől függjön a helyes megoldás megtalálása.

A szöveges feladatok teszt eredménye

A négy „becsapós” feladat közül a legalacsonyabb megoldottsági szint az „ellentmondásos” feladatnál adódott (29 százalék). A „fordított kulcsszavas” feladatot a diákoknak mintegy a fele (52 százalék) feltehetőleg helytelen problémareprezentáció miatt rosszul értelmezte. A „realisztikus” és az „adathiányos” példák valamivel könnyebbnek bizonyultak. Itt a megoldottsági szintek 64 és 67 százalék.

Az eredmények azt mutatják, hogy a realiztikus válaszok aránya magasabb, mint amit az eddigi felmérések mutattak, de nem elhanyagolható az a tény, hogy az eddig vizsgált 9–10 évesek helyett ebben a vizsgálatban három évvel idősebb korosztályról, 13–14 éves tanulókról van szó. Tehát a vizsgálat azt mutatja, hogy a realiztikus megfontolások hiánya, illetve a metakognitív meggyőződések alkalmazása szöveges feladatok megoldása közben olyan erős tendencia, ami 13–14 korra sem törlődik el, csak veszít egy keveset az erejéből. A Reusser és Stebler (1997) által megfogalmazott szabályrendszer elemei tehát ennek a korosztálynak a szövegesfeladat-megoldásában is tetten érhető. A feladatokat, azok megoldottsági szintjét és a Reusser és Stebler által feltételezett szabályrendszerből azt az elemet, mely az adott feladat megoldásában realiztikus hibát eredményezhet az 1. táblázat foglalja össze.

1. táblázat. A „becsapós” feladatok megoldottsági szintje és az egyes feladatokhoz tartozó megoldási szabály

Feladatnév	Megoldottsági szint	Indukált elem Reusser és Stebler szabályrendszeréből
„fordított kulcsszavas”	52%	5. ha nem érted a problémát, keress kulcsszavakat, vagy korábban már megoldott feladatokat, hogy meghatározd, hogy milyen műveletet kell végezni
„realisztikus”	64%	6. ez egy matek órai matek feladat, aminek a valósághoz nincs semmi köze.
„adathiányos”	67%	1. ne kérdezd meg, hogy vajon korrekt-e egy feladat, vagy nincs-e adathiány; 3. használd fel a feladat minden számadatát az eredmény kiszámolásához;
„ellentmondásos”	29%	2. fogadjuk el, hogy minden problémának van „helyes” megoldása; 4. ha úgy tűnik, hogy egy probléma nem eléggé egyértelmű, vagy nem megoldható, keress valami nyilvánvaló értelmezést a feladat szövege nyomán, illetve a matematikai műveletekre vonatkozó tudásod felhasználásával;
összesítés	53%	

A háttérváltozók szerinti részminták vizsgálata

Információkat szerzendő arról, hogy a „becsapós” szöveges feladatokat kik tudják ügyesebben megoldani, és kik azok, akiknél erősebb a vizsgált tendencia, a háttérváltozók által alkotott részmintákon vizsgáltam a négy „becsapós” feladatnak, a négy feladat összpontszámának és a matematikai tudásszintmérőn elért összpontszámának az átlagát, szórását.

A háttérváltozókat négy csoportba foglaltam. Az Általános jellemzők a nem és kor változókat jelenti, a családi-kulturális háttér szempontjából elengedhetetlen a szülők iskolai végzettségének figyelembe vétele, emellett az otthon lévő könyvek számát becslő és a szülők által kedvelt TV műsorokat felmérő változókat soroltam ebbe a csoportba. Az Értékrend a vágyott iskolai végzettséget, a kedvelt TV műsorokat és az életben fontos értékeket foglalta össze. A Matematikai attitűd a matematikához kapcsolódó szokásokat, érzelmeket mérő változókat tartalmazza.

Általános jellemzők (nem, kor)

A nemek szerint alkotott részminták átlagát vizsgálva megállapítható, hogy egy feladat, a „fordított kulcsszavas” feladat kivételével a fiúk jobban teljesítettek. Ez a kivétel magyarázható azzal, hogy a lányoknak általában jobb a szövegértési képessége, valamint figyelmesebben, rendezettebben dolgoznak. A fiúk jobb teljesítménye az „adathiányos” feladat esetén a legnagyobb. Az eredmény értelmezéséhez hozzásegíthet annak átgondolása, hogy a négy példa közül a „adathiányos”-típusú feladathoz kell a legnagyobb bátorság, hiszen az egyik legerősebb előítélet az, hogy minden matek órán elhangzott feladatnak van megoldása.

Mind a hat vizsgált változónál megfigyelhető tendencia, hogy a fiatalabbak magasabb pontszámokat értek el. Ez az eloszlás csak a matematika összpontszámánál szignifikáns ($F=2,834$; $p=0,041$). Elképzelhető, hogy néhány „túlkoros” tanuló gyenge teljesítményével magyarázható ez a megfigyelés.

Családi-kulturális (szülők iskolai végzettsége, könyvek száma, szülők TV nézési szokása)

A matematikai összpontszám az egyetlen, ahol az anya és az apa iskolai végzettségével párhuzamosan nő a teljesítmény. Ez az eredmény szignifikáns ($F=2,853$; $p=0,028$ és $F=2,426$; $p=0,053$). Ezzel szemben a szöveges feladatoknál elért pontszámok sokkal kevésbé vagy egyáltalán nem mutatnak ilyen fajta tendenciát. A sorrendek több esetben felcserélődnek. Az apa iskolai végzettségét tekintve általános, hogy azoknak, akiknek az édesapja szakközepet végzett, a szöveges feladatokban elért eredménye átlagosan jobb, mint az értelmiségi szülőktől származó társaiké.

Az eredmények mintha azt mutatnák, hogy a szöveges feladatok helyes megoldásában ügyesebbek azok a diákok, akiknek a szülei nem az értelmiségi létre jellemző TV műsorokat szeretik. Ennek alátámasztásához megvizsgáltam a szülők iskolai végzettségének és a TV nézési szokásoknak a rangkorrelációit. Mindkét szülő iskolai végzettsége pozitívan korrelál a hírek és az ismeretterjesztő műsorok szeretetével és negatívan a sorozatok nézésével. Ezek az eredmények nem szignifikánsak, de megerősítik őket a mindennapi életből való tapasztalatok.

Ez esetben azt mondhatjuk, hogy sikerült olyan matematikai szöveges feladatokból álló tesztet összeállítani, amely – az iskolai matematikai tudásmérő tesztekkel ellentétben – függetlenedni tud a szülők végzettségétől, sőt – ha nem is szignifikánsan – azzal ellentétes viszonyban áll.

A lányoknak általában jobb a szövegértési képessége, valamint figyelmesebben, rendezettebben dolgoznak. A fiúk jobb teljesítménye a „nincs megoldás” feladat esetén a legnagyobb. Az eredmény értelmezéséhez hozzásegíthet annak átgondolása, hogy a négy példa közül a „nincs megoldás”-típusú feladathoz kell a legnagyobb bátorság, hiszen az egyik legerősebb előítélet az, hogy minden matek órán elhangzott feladatnak van megoldása.

Értékrend (elérni kívánt iskolai végzettség, kedvelt TV műsorok, fontos értékek)

Az érintett változókon elvégzett variancia-analízis szerint a gyermekek vágyott legmagasabb iskolai végzettségének egyedül a matematikai összpontszámmal való kapcsolata szignifikáns ($F=5,063$; $p=0,002$). A két változó *Spearman*-féle rangkorrelációs együtthatója $r=0,298$ ($p=0,001$). A szöveges feladatok nem viselkednek ilyen érzékenyen a gyermek vágyott iskolai végzettségét mutató változóval szemben, még egyenes irányú kapcsolat sem áll fenn minden esetben.

A „fontos értékek” változó szerinti részmintákon vett átlagokat vizsgálva három szignifikáns érték adódott, mindhárom a matematikai összpontszámra vonatkozik. A matematikai összpontszám fordított irányú kapcsolatot mutat a karrier ($F=6,175$; $p=0,014$) és a hatalom ($F=15,350$; $p=0,000$) preferálásával, valamint egyenes kapcsolatot a „család, gyerekek” érték fontosságával. Ez egyrészt azzal magyarázható, hogy a 3. iskolában – gimnázium lévén – valószínűleg a tantárgyilag jobban teljesítő diákok tanulnak. Egyházi iskoláról lévén szó, feltehető, hogy akár otthonról hozottan, akár az iskolai milió által sugallva, a gyermekek értékrendje alkalmazkodik a környezethez. A másik magyarázat az lehet, hogy a gyengébben teljesítő tanulók a már átélt kudarcok után, sikerélmények nélkül, sokkal erőteljesebben vágnak teljesítménybeli sikerekre, karrierre és az ehhez társított hatalomra.

Matematikai attitűd

A Kérdőív 9. pontjában arra kértem a diákokat, hogy az ott felsorolt kilenc állítást – aszerint, hogy mennyire értenek vele egyet – értékeljék ötfokú skálán.

Az állítások a következők voltak:

- matek órán mindig figyelek;
- a szöveges feladatokat általában meg tudom oldani;
- matekból mindig elkészítem a házi feladatot;
- fontos számomra, hogy értsem a matekot;
- matek órán jobban szoktam figyelni, mint más órán;
- az osztály átlagánál jobb vagyok matekból;
- az iskolai tananyagon kívül is szoktam matematikával foglalkozni (szakkör, internet, könyvek, szorgalmi);
- szeretem a matekot;
- elégedett vagyok az iskolában nyújtott matematika teljesítményemmel.

A kijelentések összeállításakor szempont volt az, hogy legyenek olyan állítások, amelyek leginkább a „jó tanulóra” igazak (például: mindig készítek házi feladatot) és legyenek olyanok is, amelyek kifejezetten a matematika iránt érdeklődőket különítik el (fontos, hogy értsem a matekot).

A matematikai összpontszámmal négy változó mutat szignifikáns kapcsolatot – mind a négy egyenes összefüggésben –, ezek a következők:

- matek órán mindig figyelek;
- a szöveges feladatokat mindig meg tudom oldani;
- matekból mindig készítek házi feladatot;
- az osztály átlagánál jobb vagyok matekból.

A „fontos, hogy értsem a matekot”, és a „szeretem a matekot” változóknak nincs tendenciózus kapcsolata a matematikai összpontszámmal. Éppen ez az a konstelláció, amihez a „jó tanuló” képét asszociáljuk.

A szöveges feladatok összpontszáma a variancia-analízis szerint az alábbi változókkal mutat szignifikánsan egyenes kapcsolatot:

- a szöveges feladatokat mindig meg tudom oldani ($F=2,765$; $p=0,031$);
- fontos, hogy értsem a matekot ($F=2,117$; $p=0,042$);
- az osztály átlagánál jobb vagyok matekból ($F=3,598$; $p=0,008$).

A házi feladat alapvetően az iskolához, az iskolai teljesítéshez kötött fogalom. Ezért nem meglepő, hogy az iskolai matematikatudást mérő teszt összpontszáma korrelál a rendszeres házi feladat-készítéssel. Ezzel szemben a szöveges feladatok összpontszáma enyhe ellentétes kapcsolatot mutat vele. Az a kijelentés, hogy „az osztály átlagánál jobb vagyok matekból” mindkét összpontszámmal a legerősebb korrelációt mutatja ($r=0,3$). A matematikai összpontszám esetében ez a kapcsolat kicsivel erősebb, mert valószínűleg a többség az osztály átlagán a matematika jegyeiből származó számszerű adatot értette, ami feltehetőleg sokkal szorosabb kapcsolatban áll a megszokott feladatokat tartalmazó tudásszintmérőn elért összpontszámmal, mint a szöveges feladatok összpontszámával.

Az attitűdváltozók és a négy „becsapós” szöveges feladatok korrelációit vizsgálva a „ellentmondásos” feladat vizsgálata tűnik a legérdekesebbnek. Ez a feladat mutatja a legerősebb szignifikáns összefüggést a „fontos, hogy értem a matekot” ($r=0,312$; $p=0,046$) és a „szeretem a matekot” ($r=0,292$; $p=0,004$) változókkal. Mindkét változó a matematika iránti elkötelezettségről tanúskodik. A feladatok megoldottsági szintjéből kiderül, hogy az „ellentmondásos” feladat bizonyult a legnehezebbnek, és csak az igazán jók tudták felismerni, hogy nincs megoldása a példának. Ezt megerősíti az itt látott eredmény, és kiegészíti azzal, hogy épp ezek, az igen jó képességű tanulók azok, akiknek fontos, hogy értsék a matekot, szeretik is és fel is ismerik azt, hogy jobbak az átlagostól.

A matematikához való viszonyulás és a két teszt eredményeit vizsgálva elmondhatjuk, hogy a Matematikai tudásszintmérő teszten elért jobb eredmény két változóval, a figyelemmel és a házi feladat elkészítésével mutat szignifikáns kapcsolatot, míg a szöveges feladatok eredményét ezek közül egyedül a matematika órai figyelem befolyásolja, és sokkal inkább a matematikához való viszonyulás, annak szeretete, illetve megértésének a fontossága az, amivel szorosabb összefüggés mutatható ki.

Összegzés

Empirikus kutatásunk, melynek témája a realiztikus megfontolások, illetve előítéletek, feltételezések szerepe a matematikai szöveges feladatok iskolai környezetben történő megoldását kísérő mentális folyamatokban, azt célozta, hogy további részleteket tárjon fel a jelenségről, elsősorban különféle háttérváltozók (nem, kor, szellemi háttér, matematikai attitűd) által alkotott részmintákon, a matematikai tudásszintmérő teszt eredményével összehasonlításban vizsgálva. A kísérlet elvégzésére egy 126 fős, nem reprezentatív, a diákok szellemi háttérének tekintve az általánosnál magasabb szinttel jellemezhető mintán három mérőeszköz (Kérdőív, Matematikai tudásszintmérő, Szöveges feladatok) használatával került sor.

Az eredményeket tekintve elmondható, hogy fiúk általában ügyesebbek a realiztikus feladatok megoldásában, mint a lányok. De abban a feladatban („fordított kulcsszavas”), ahol a problémaszituáció helyes matematikai reprezentálásához fejlettebb szövegértési képesség volt szükséges, a lányok teljesítménye volt jobb.

Az egyik legjelentősebb eredmény a diákok szellemi háttérének (szülők iskolai végzettsége, otthoni könyvek száma, színházlátogatási szokások) vizsgálatával született. Elmondható, hogy míg a matematikai összpontszám – feltehetőleg a matematika jeggyel és az iskolai eredményességgel összhangban – erős korrelációban áll a szülők iskolai végzettségével, a „becsapós” szöveges feladatokat tartalmazó teszt eredménye egyáltalán nem mutat ilyen determinisztikus tendenciát.

A matematikához való viszonyulást mérő változókat, a matematikai tudásszintmérő és a „becsapós” szöveges feladatokat tartalmazó teszt eredményeit vizsgálva azt láthattuk, hogy – a vártak megfelelően – a Matematikai tudásszintmérőn azok a diákok értek el jobb eredményt, akik saját bevallásuk szerint matek órán mindig figyelnek, matekból mindig készítenek házi feladatot és az osztály átlagánál jobbak matekból. Épp ezekhez a

tulajdonságokhoz asszociáljuk a „jó tanuló” képet. A „becsapós” szöveges feladatokat helyesen, realizztikus megfontolások alapján megoldó tanulókra a fenti tulajdonságok – a matematika órán való figyelem kivételével – nem állnak. Helyettük a matematikához való érzelmi viszonyulás, a matematika szeretete, illetve megértésének fontossága az, ami a realizztikus válaszokat adó diákokra jellemző.

A realizztikus matematikai szöveges feladatok fejlesztésének irányára Reusser és Stebler kutatássorozata mutat rá. Többek közt azt vizsgálták, hogy milyen feladat-megoldási körülmények adnak a diákoknak hatásos segítséget realizztikus feladatok helyes megoldásában. Azt állapították meg, hogy míg a helyben kapott külső, akár írásbeli, akár szóbeli figyelmeztetés hatástalannak bizonyult, a diákoknak a belső, hozott tapasztalataik, előismereteik eredményezték a realizztikus reakciók látványos növekedését. Tehát az a diák, aki találkozott már iskolai környezetben a valósággal összetett igénylő, adathiányos vagy megoldhatatlan szöveges problémával, sokkal nagyobb valószínűséggel ad további feladatok megoldásakor realizztikus válaszokat.

Ez a tény a fejlesztés útját egyértelműen abban jelöli meg, hogy ha a matematikaoktatás meg akar felelni deklarált céljának, az életre való felkészítésnek, akkor annak szükséges és hatásos eszköze, ha a matematika órán helyet kapnak a valós világból kiemelt, esetenként rosszul, hiányosan meghatározott vagy túl sok információt tartalmazó feladatok és megoldhatatlan problémák is.

Jegyzet

(1) Az eredeti angol cím: *Realistic considerations in mathematical modeling of school arithmetic word problem.*

Irodalom

- Csikos Csaba (2002): Hány éves a kapitány? *Iskolakultúra*, 12. 10–15.
- Csikos Csaba (2003): Egy hazai matematika felmérés eredményei nemzetközi összehasonlításban. *Iskolakultúra*, 8. 20–27.
- De Corte, E. (2001): Az iskolai tanulás: A legfrissebb eredmények és a legfontosabb tennivalók. *Magyar pedagógia*, 101. 413–434.
- Mayer, R. E. – Hegarty, M. (1998): A matematikai problémák megértésének folyamata In: Sternberg – Ben – Zeev (szerk.): *A matematikai gondolkodás természete* 41-64. Budapest, Vince Kiadó.
- Nagy József (2000): *XXI. század és nevelés*. Osiris Kiadó, Budapest.
- NAT (1995): *Nemzeti Alaptanterv*. Budapest, Korona Kiadó.
- Pólya György (1962): *Mathematical discovery*. New York, Wiley
- Reusser, K. – Stebler, R. (1997): Every word problem has a solution – social rationality mathematical modeling in schools. *Learning and instruction*, 7. 309–327.
- Verschaffel, L. – De Corte, E. – Lasure, S. (1994): Realistic considerations in mathematical modelling of school arithmetic word problems. *Learning and Instruction*, 4. 273–294.
- Verschaffel, L. – Greer, B. – De Corte, E.. (2000): *Making sense of word problems*. Swets & Zeitlinger, Lisse
- Wyndham, J. – Säljö, R. (1997): A szöveges feladatok és a matematikai megértés. *Iskolakultúra*, 12. 30–46.